



Contrôle actif modal appliqué aux instruments de musique à cordes

Simon Benacchio

► To cite this version:

Simon Benacchio. Contrôle actif modal appliqué aux instruments de musique à cordes. Acoustique [physics.class-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2014. Français. <NNT : 2014PA066537>. <tel-01134711>

HAL Id: tel-01134711

<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01134711>

Submitted on 24 Mar 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE - PARIS VI

ÉCOLE DOCTORALE SMAER
SCIENCES MÉCANIQUES, ACOUSTIQUE,
ÉLECTRONIQUE ET ROBOTIQUE

THÈSE

pour obtenir le titre de Docteur de l'Université Pierre et Marie Curie

Mention : Acoustique

Présentée par

Simon Benacchio

Contrôle actif modal appliqué aux instruments de musique à cordes

Thèse dirigée par René Caussé, Adrien Mamou-Mani et Baptiste Chomette

préparée à l'IRCAM

Soutenue le 3 décembre 2014

Jury :

<i>Rapporteurs</i>	M. Charles PÉZERAT	- Professeur, LAUM, ENSIM
	M. Didier RÉMOND	- Professeur, INSA Lyon, LaMCoS
<i>Examineurs</i>	M. Thomas HÉLIE	- Chargé de recherche, CNRS, IRCAM
	M. José Vieira ANTUNES	- Chercheur Principal, C2TN, Portugal
<i>Invité</i>	M. Charles BESNAINOU	- Volume 11 Composite
<i>Directeur</i>	M. René CAUSSÉ	- Directeur de recherche, IRCAM
<i>Co-Directeurs</i>	M. Adrien MAMOU-MANI	- Chargé de recherche, IRCAM
	M. Baptiste CHOMETTE	- Maître de conférences, IJLRA, UPMC

Resumé

Cette thèse se propose d'appliquer un contrôle actif modal aux instruments de musique de la famille des cordes. Les objectifs principaux sont de proposer une démarche et des méthodes adaptées permettant l'application de ce type de contrôle, d'explorer les possibilités qu'il offre et d'en étudier les effets sur les instruments.

Tout d'abord, les types de contrôle existants et leurs applications aux instruments de musique sont rapidement présentés. Le constat que les paramètres modaux des instruments sont de bons descripteurs de ses attributs perceptifs mène à choisir la méthode de contrôle actif modal dont le formalisme est présenté.

Afin de répondre à des problématiques propres aux instruments de musique, comme par exemple modifier l'amplitude de vibration des modes de la structure, des méthodes dérivées d'un contrôle d'état modal sont proposées. Une méthode d'adimensionnement en temps du modèle utilisé dans le système de contrôle ainsi qu'une méthode de contrôle des états dérivé et proportionnel sont présentées.

Le contrôle est ensuite appliqué expérimentalement sur un monocorde, une guitare et un violoncelle. Pour cela, un système de contrôle temps réel fonctionnant grâce à un environnement libre est développé. Les possibilités offertes par ce type de contrôle ainsi que ses limites sont explorées grâce à ces montages expérimentaux.

Enfin, un cas particulier de phénomène régissant le fonctionnement des instruments de musique à cordes est étudié à l'aide du dispositif de contrôle proposé. Le couplage corde/table d'harmonie est observé, étudié analytiquement puis contrôlé. Afin de confronter le contrôle actif à d'autres méthodes d'investigation, les résultats du contrôle sont comparés à ceux obtenus à l'aide d'une méthode de synthèse sonore.

Mots clés : Contrôle actif des vibrations, espace d'état, état modal proportionnel et dérivé, instruments de musique à cordes, temps réel, synthèse.

Abstract

This PhD thesis deals with modal active control applied to string musical instruments. Its main goals are to propose an approach and adapted methods to apply this kind of control, to investigate its possibilities and to study its effects on musical instruments.

First, a short presentation of the different methods of active control and their applications to musical instruments is done. While the modal parameters of musical instruments are believed to be good descriptors of their perceptual attributes, the modal active control method is chosen for this work.

Adapted methods from modal state control are used to answer to specific issues related to musical instruments. To modify the amplitude of the vibration modes, a time-dimensionless model and a derivative and proportionnal modal state method are proposed.

Then, these control methods are experimentally applied to a single string instrument, a guitar and a cello. A real time control system based on a free and opensource framework is developed. The possibilities and the limits of modal state control are studied using this experimental setup.

Finally, a case of a complex phenomenon contributing to the sound production in string instruments is studied thanks to the developed control system. The coupling between the string and the soundboard is observed, analytically studied and controlled. The results obtained with control and with a synthesis method are studied to compare this two investigation methods.

Keywords : Active vibration control, state space, derivative and proportionnal modal state, string musical instruments, real time, synthesis.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier les personnes m'ayant permis de réaliser cette thèse. Merci à René Caussé d'avoir pris la responsabilité d'être directeur de cette thèse ainsi que d'être et d'avoir toujours été bienveillant. Merci à Adrien Mamou-Mani et Baptiste Chomette, le duo du contrôle actif des instruments, pour leur encadrement, leur confiance et leur soutien. J'espère que cette première thèse en tant qu'encadrants aura été aussi enrichissante et agréable qu'elle l'a été pour moi en tant que doctorant.

Je souhaite ensuite remercier Charles Pézerat et Didier Rémond d'avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse ainsi que Thomas Hélie, José Antunes et Charles Besnainou d'avoir bien voulu faire partie des membres du jury.

Le projet IMAREV financé par l'ANR et dans lequel s'inscrit cette thèse est le fruit d'une collaboration entre l'IRCAM, l'UPMC et le CNRS. Je remercie tous les gens ayant pris part à ce projet et ayant contribué à sa réalisation.

Merci à l'IRCAM et plus particulièrement aux membres de l'équipe acoustique instrumentale pour leur accueil dans ce formidable lieu. Merci pour leurs soutiens, leurs idées et le travail réalisé ensemble. Je tiens à remercier David Roze pour m'avoir accompagné lors des premières re-compilations de noyaux Linux, puis Robert Piéchaud, avec qui l'aventure du temps réel s'est largement poursuivie. Merci à Joël Bensoam pour ses perspectives et pour l'hébergement à Cambridge. À Alain Terrier et à Gérard Bertrand pour leur aide quotidienne et leurs inépuisables idées. Merci à Nicolas Lopez avec qui il a toujours été intéressant d'échanger et à Lucas Salvador pour son esprit ouvert qui pousse toujours à se poser des questions. Merci également à Thibaut Meurisse avec qui je suis heureux d'avoir partagé ces trois années dans l'équipe rapprochée d'IMAREV. Enfin, merci à Pauline Eveno pour avoir répondu à toutes nos questions et avoir toujours été de bon conseil.

J'aimerais également remercier les personnes s'étant investies d'une manière ou d'une autre dans le projet et ayant permis le bon déroulement de cette thèse. Merci à Joël Frelat et à François Ollivier avec qui j'ai eu plaisir à travailler et à échanger. Merci également à Sylvie Le Moyne et à Charles Besnainou d'avoir toujours été enthousiastes sur nos sujets d'étude. Merci à Amâncio Fernandes pour ses remarques et ses pistes qui se sont révélées fructueuses. Merci également à Peter Wurmsdobler, sans qui le temps réel serait peut être pour nous encore un terme obscur, pour les nombreux mails échangés et pour sa gentillesse. Merci également aux personnes s'étant rendues disponibles lorsque leur aide leur était demandée. À Christian Ollivon pour les soudures des patchs piézoélectriques ainsi qu'à Soukeyna Bouchebout, Abdenbi Mohand Ousaid et Sheng Chao Wong de l'ISIR pour le temps passé à répondre à mes questions sur Xenomai.

Durant cette thèse j'ai également eu l'occasion de participer au co-encadrement de plusieurs stages. Donatien Crochu, Victor Finel et Arthur Givois ont largement participé à l'obtention des résultats de cette thèse et je les en remercie. Je leur souhaite à tous les trois le meilleur.

Je tiens également à remercier Cyril Touzé, et Mélodie Monteil qui m'ont permis de mettre un pied dans le domaine de l'acoustique musicale. Sans cette possibilité qu'ils

m'ont offerte, je n'aurais peut-être pas décidé de faire une thèse. Merci également à Mélodie pour le temps passé sur l'adimensionnement. Enfin, merci à Simon Conan sans qui je n'aurais peut être jamais été au courant de ce sujet. Enfin, je remercie toutes les personnes que j'ai rencontré lors de congrès, au laboratoire ou partout ailleurs et qui se sont intéressées à nos travaux.

Pour finir j'aimerais remercier les personnes qui me sont chères. Tout d'abord merci à ma famille, mes parents, mon frère et mes sœurs qui se sont toujours occupés et préoccupés de ce que je faisais tout en m'apportant leur soutien. Une pensée particulière va à mon grand-père chez qui la rédaction de cette thèse a débuté. Merci également à Elisabeth pour les visites et les repas partagés. Merci à tous mes amis qui sont présents au quotidien et avec qui j'aime me retrouver. Merci à Kapok, Phiniwn et Couscous avec qui j'ai partagé la rue de Cotte et les moments d'amitiés qui vont avec. Merci aux GKP de m'avoir accueilli dans la famille. Ce que les gens disent est vrai, vous êtes magnifiques. Merci aussi aux CUC d'avoir toutes les semaines distribué un peu du soleil de Marseille. Enfin, merci à Cordelia pour ne jamais avoir douté de la révolution et pour tout ce que tu m'as apporté durant ces trois années.

Table des matières

1	Introduction	10
1.1	Instruments de musique et paramètres physiques, un lien fort	10
1.2	Importance des paramètres modaux, du modèle physique à l'instrument hybride	11
1.3	Structures intelligentes et contrôle actif	13
1.3.1	Structures intelligentes	13
1.3.2	Principes fondamentaux du contrôle	14
1.3.2.1	Contrôle passif	14
1.3.2.2	Contrôle actif du bruit et des vibrations	14
1.3.2.3	Principe du contrôle actif	15
1.3.2.4	Contrôle actif classique/moderne	15
1.3.2.5	Feedforward et feedback	16
1.3.2.6	Méthodes de contrôle	16
1.3.3	Instruments contrôlés	18
1.4	Plan du manuscrit	21
2	Contrôle actif modal	23
2.1	Principe du contrôle actif modal	23
2.2	Formulation modale	23
2.3	Représentation dans l'espace d'état	26
2.4	Identification des paramètres modaux	27
2.5	Contrôle d'état modal	32
2.5.1	Contrôleur	32
2.5.2	Gains de contrôle	33
2.5.3	Observateur	33
2.6	Discrétisation temporelle du modèle	36
2.7	Avantages d'une implémentation numérique	39
2.8	Période d'échantillonnage	39
2.9	Effet du retard sur le contrôle	40
2.10	Spillover	41
3	Méthodes de contrôle proposées	43
3.1	Contrôle d'état dérivé	44
3.1.1	Application au contrôle des vibrations	44

3.1.2	Adimensionnement	45
3.1.2.1	Motivations d'un adimensionnement	45
3.1.2.2	Modèle adimensionné	45
3.1.2.3	Observateur d'état adimensionné en temps	47
3.1.2.4	Structure réelle contrôlée par un système de contrôle adimensionné en temps	48
3.1.2.5	Adimensionnement et système discret	48
3.1.2.6	Choix de la constante d'adimensionnement	50
3.2	Contrôle de l'amplitude modale	50
3.2.1	Contrôle d'état proportionnel et dérivé	52
3.2.1.1	Modèle à 1 degré de liberté	52
3.2.1.2	Modèle à n degrés de liberté	53
3.2.1.3	Contrôle d'état dérivé corrigé par un contrôle d'état	54
3.2.2	Contrôle d'état proportionnel et dérivé à l'aide d'un observateur d'état	55
3.2.2.1	Principe de séparation pour le contrôle d'état propor- tionnel et dérivé	56
3.2.3	Contrôle de l'amplitude et contrôle indépendant	56
4	Mise en œuvre des systèmes expérimentaux	58
4.1	Instruments choisis comme objets d'étude	58
4.1.1	Monocorde	58
4.1.2	La guitare	60
4.1.2.1	Fonctionnement	60
4.1.2.2	Tessiture	60
4.1.2.3	Modèle utilisé	61
4.1.2.4	Montage expérimental	63
4.1.3	Le violoncelle	64
4.2	Système de contrôle	65
4.2.1	Transducteurs, conditionneurs et amplificateurs	67
4.2.1.1	Excitateurs électrodynamiques	67
4.2.1.2	Transducteurs piézoélectriques	67
4.2.1.3	Optimisation des caractéristiques transducteurs	68
4.2.2	Système de calculs temps réel	70
4.2.2.1	Xenomai et notion de temps réel	70
4.2.2.2	Réalisation pratique	71
4.2.2.3	Performance du système développé	71
5	Validation expérimentale des méthodes de contrôle proposées	73
5.1	Possibilités offertes par le contrôle actif modal	73
5.1.1	Modification de l'amortissement modal	73
5.1.2	Modification de la fréquence propre	75
5.1.3	Modification de la fréquence et de l'amortissement propre	77
5.2	Comparaison contrôle/simulation	80

5.3	Validation expérimentale du contrôle d'état dérivé adimensionné . . .	82
5.4	Validation du contrôle d'amplitude	85
5.4.1	Validation expérimentale	85
5.4.2	Comparaison avec la simulation	87
5.4.3	Comparaison avec le contrôle d'un autre mode	89
5.4.4	Bilan	90
5.5	Limites du contrôle actif modal	91
5.5.1	Limites du contrôle d'état modal	91
5.5.2	Limites du contrôle d'amplitude	92
6	Étude du couplage sur le son	95
6.1	Étude préliminaire du couplage corde/table, effet sur le son	95
6.1.1	Illustration sur le violoncelle	95
6.1.2	Observation du phénomène de couplage	98
6.2	Étude du couplage corde/table	103
6.2.1	Couplage faible/couplage fort, étude analytique	103
6.2.1.1	Influence du facteur d'amortissement	105
6.2.1.2	Influence de la fréquence propre	106
6.2.1.3	Influence de la masse modale	109
6.2.2	Couplage contrôlé	110
6.2.2.1	Contrôle du facteur d'amortissement	111
6.2.2.2	Contrôle de la fréquence propre	113
6.2.2.3	Contrôle de l'amplitude	115
6.3	Comparaison synthèse/contrôle	121
6.3.1	Modification du facteur d'amortissement	122
6.3.2	Modification de la fréquence propre	127
6.3.3	Modification de l'amplitude	132
6.3.4	Discussion	135
7	Conclusion	137
A	Transducteurs	143
A.1	Matériau piézoélectrique	143
A.1.1	Théorie de la piézoélectricité linéaire	143
A.2	Optimisation des caractéristiques transducteurs	145
A.2.1	État de l'art	145
A.2.2	Restriction du nombre de modes ciblés	146
A.2.2.1	Pour le monocorde	146
A.2.2.2	Pour la guitare	147
A.2.2.3	Pour le violoncelle	149
A.2.3	Réalisation des modèles numériques	149
A.2.3.1	Modèle numérique du monocorde	149
A.2.3.2	Modèle numérique de guitare	150

A.2.3.3	Validation des modèles par comparaison avec une analyse modale expérimentale	153
A.2.4	Outils utilisés pour l'optimisation	155
A.2.4.1	Coefficient de couplage électromécanique	155
A.2.4.2	Index de performance	156
A.2.5	Optimisation du positionnement	158
A.2.5.1	Appliqué au monocorde	158
A.2.5.2	Appliqué à la table d'harmonie de guitare	164
B	Système de calcul temps réel	166
B.1	Notions de temps réel	166
B.1.1	Temps réel souple, temps réel strict	166
B.1.2	Définitions générales	167
B.1.3	Principes d'ordonnancement	168
B.1.3.1	Ordonnancement standard sous Linux	168
B.1.3.2	Ordonnancement temps réel sous Linux	169
B.1.3.3	Ordonnancement temps réel sous Linux avec Xenomai	169
B.2	Dispositif développé	170
B.2.1	Cahier des charges	170
B.2.2	Spécifications matérielles	171
B.2.3	Principe de fonctionnement	172
B.2.4	Tests	177
B.2.4.1	Précision	177
B.2.4.2	Précision et la latence de boucle	178
C	Principe de la synthèse	180
	Bibliographie	199

Chapitre 1

Introduction

1.1 Instruments de musique et paramètres physiques, un lien fort

Les instruments de musique sont, comme leur nom l'indique, des instruments. Par définition, ces derniers sont des objets par l'intermédiaire desquels est obtenu un résultat. Dans le cas des instruments de musique ce résultat est la production d'un son. D'un certain point de vue, cette définition très formelle qui peut être discutée selon la sensibilité de chacun, mène à considérer les instruments de musique comme un moyen. Cela peut être un moyen de produire un son, un moyen d'expression ou encore un moyen de création artistique. Les instruments sont donc conçus pour permettre des actions qui ne sont pas directement accessibles au musicien. Ils deviennent alors des structures fines impliquant des phénomènes physiques complexes et qui tentent de répondre aux attentes du musicien. En tant que moyen, il est légitime de s'interroger sur l'efficacité d'un instrument de musique. Certains parleront de qualité sonore, d'autres de jouabilité ou encore d'expressivité. D'une manière ou d'une autre, les fabricants d'instruments, les musiciens et les acousticiens portent tous une attention particulière à cette efficacité. Les luthiers et les facteurs d'instruments tentent de réaliser des instruments répondant aux besoins des musiciens. De même, les musiciens cherchent toujours l'instrument qui leur convient. Les acousticiens s'intéressent à l'efficacité des instruments pour plusieurs raisons. La première est que les phénomènes régissant le fonctionnement des instruments de musique se retrouvent dans de nombreux domaines. Pour n'en citer que quelques uns, les phénomènes de couplage de résonances internes dans les steel-pans, de résonance par sympathie entre les cordes d'un piano ou encore d'onde de choc dans un trombone qui cuivre, sont autant de phénomènes qui se retrouvent dans les domaines de l'aéronautique, des transports ou du bâtiment. L'étude des instruments de musique est donc un prétexte à l'étude de phénomènes physiques pointus. Inversement, et pour des raisons plus ludiques, ces phénomènes sont souvent un prétexte à l'étude des instruments de musique. Le second intérêt, qu'ont les acousticiens à étudier l'efficacité des instruments de musique, est l'aide à la facture et à la pratique. En effet, comprendre le fonctionnement des instruments permet aux fabricants d'ajuster de

manière quantitative des paramètres qu'ils ne modifient souvent que de manière qualitative pour créer leurs instruments. De manière plus pratique, la compréhension des phénomènes physiques impliqués dans le fonctionnement des instruments peut servir de manière pédagogique pour apprendre à en jouer.

Du point de vue de l'acousticien, l'ensemble des paramètres physiques définissant un instrument, fait le lien entre l'instrument lui-même et l'efficacité visée par les fabricants et les musiciens. La maîtrise de ces paramètres permet alors d'atteindre ce que certains appellent un "optimum fonctionnel" [71]. Ces paramètres sont en pratique déjà modifiés, de manière plus ou moins empirique, pour changer les attributs des instruments. Grâce à leur expertise, les facteurs sont capables d'adapter les propriétés mécaniques ou géométriques d'un instrument pour obtenir le son, la jouabilité ou encore l'ergonomie qu'ils souhaitent. Ils jouent par exemple sur les matériaux utilisés pour fabriquer l'instrument. En choisissant un bois pour un violon ou un alliage pour un cuivre, ils modifient par exemple sa souplesse ou son état de surface. Le choix des barrages sur la table d'harmonie d'un instrument à cordes modifie par exemple sa raideur. Les musiciens apportent également des modifications sur leurs instruments pour en modifier les attributs. Lorsqu'ils utilisent des sourdines, ils changent temporairement les paramètres physiques de l'instrument pour obtenir des sonorités différentes. Parallèlement, les acousticiens ont développés des méthodes pour tenter de comprendre l'importance des caractéristiques physiques et mécaniques des instruments. L'une d'entre elles consiste à réaliser l'étude d'un grand nombre d'instruments présentant une caractéristique commune. Les ressemblances et les différences observées sur ce panel permettent d'en dégager des liens entre attributs perceptifs et paramètres mécaniques. Cependant cette méthode est laborieuse et n'assure pas que les liens ainsi établis ne soient pas dus à d'autres phénomènes que ceux étudiés. Une autre méthode, largement utilisée dans le domaine de l'acoustique, consiste à synthétiser tout ou une partie de l'instrument grâce à des modèles. Cela permet de modifier les paramètres étudiés indépendamment les uns des autres et d'en dégager l'importance sur le son.

Bien que pour des raisons différentes, les fabricants, les musiciens et les acousticiens cherchent donc tous à modifier les paramètres physiques des instruments. Cependant aucune des méthodes qu'ils utilisent ne permet d'appliquer ces modifications sur un instrument de manière réversible et non intrusive. Il semble donc justifié de chercher un outil qui permettrait la maîtrise *in situ* de modifications réversibles des paramètres physiques des instruments de musique.

1.2 Importance des paramètres modaux, du modèle physique à l'instrument hybride

Quelques méthodes utilisées en acoustique pour étudier les instruments sont données dans cette section afin de présenter un panel des techniques existantes. Un des moyens d'étude des instruments est l'utilisation de modèles analytiques. Ces derniers sont sans cesse améliorés afin de comprendre et de représenter au mieux les phénomènes impliqués dans la production du son des instruments. Dans [41], Fletcher et Rossing proposent des

modèles analytiques d'instruments de musique pour en comprendre la physique. Dans le cas particulier des instruments à cordes, Gough [49, 50] étudie le couplage entre la corde et la table d'harmonie du violon. Il tente également de comprendre le phénomène de note du loup, caractérisé par un battement rencontré sur les instruments à cordes frottées lorsque l'une de ces dernières est fortement couplée à l'un des modes de la table d'harmonie. D'autres méthodes, utilisant des technologies récentes, ont aussi été développées. Richardson et Roberts [93] utilisent des méthodes d'interférométrie holographique et d'analyse par éléments finis pour déterminer le rôle des fréquences modales des tables d'harmonie de guitare sur leur son. Woodhouse [105, 106] propose quant à lui une méthode de synthèse permettant d'étudier la qualité du son des instruments à cordes. À l'aide de tests d'écoute, utilisant des enregistrements pour Meyer [81] et une méthode de synthèse pour Wright [108], ces derniers donnent des liens entre les paramètres modaux de tables d'harmonie de guitares et des termes de qualité sonore tels que brillance, intensité ou encore homogénéité de l'instrument. Toutes ces études concluent, qu'au delà des paramètres mécaniques des instruments, les paramètres modaux des différentes parties vibrantes d'un instrument sont de bons descripteurs de la qualité du son.

Étudier l'influence des paramètres modaux des instruments de musique de manière expérimentale est plus difficile. Dans [65], Jansson compare l'admittance au chevalet de 25 violons pour en dégager des caractéristiques donnant des indices sur leur qualité. Cette comparaison lui permet de conclure qu'une forte amplitude du troisième mode de corps et un pic de chevalet prononcé donnent des conditions optimales pour la qualité des violons. Cependant, aucune conclusion quantitative n'est donnée. Afin de s'affranchir de certaines contraintes pratiques tout en étudiant expérimentalement le mouvement de Helmholtz [61] d'une corde frottée [103, 104], Weinreich et Caussé utilisent en 1986 un système de rétroaction. L'archet numérique qu'ils développent est constitué d'un capteur de vitesse instantanée, d'un ordinateur permettant de passer du signal de vitesse mesuré au signal de force correspondant et d'un électro-aimant permettant d'appliquer cette force au point d'excitation de la corde. Ainsi, les modèles de mouvement de Helmholtz étudiés peuvent être testés expérimentalement sur une corde réelle. Cette étude est l'une des premières à faire intervenir un système de rétroaction numérique pour étudier le comportement physique d'un instrument. Ce système est par exemple appliqué au violoncelle [103] et au cas de la corde frottée. L'étude de Boutillon et Guerard [15, 54] aborde également la question des cordes frottées mais cette fois en modélisant la partie linéaire d'un violon. Pour cela, un modèle de corde associée au chevalet et à la caisse est modélisé et implémenté dans une boucle de rétroaction. L'excitation non-linéaire de ce modèle est réalisée physiquement par un archet. Ce système, au même titre que celui de Weinreich et Caussé, est donc un instrument hybride. La force appliquée à la corde est mesurée par un capteur de force et son mouvement est imposé par un pot vibrant. Le système de rétroaction permet alors d'aborder des questions diverses telles que l'influence de la torsion ou des conditions aux limites de la corde sur la stabilité de son mouvement.

Ces études montrent que les paramètres modaux sont des descripteurs classiques des phénomènes impliqués dans la production du son des instruments. Cependant, il

reste difficile de modifier ces paramètres directement sur un instrument. Les méthodes s'en rapprochant le plus sont celles utilisant des instruments hybrides dont une partie est modélisée dans une boucle de rétroaction. Ce constat pousse à réfléchir sur les moyens technologiques actuels permettant d'étendre la notion d'instrument hybride. Les structures intelligentes apparaissent alors comme une alternative intéressante.

1.3 Structures intelligentes et contrôle actif

1.3.1 Structures intelligentes

La notion de structure intelligente est aujourd'hui très large et la richesse des noms donnés à ce type de système ne fait que le confirmer [62]. Les termes de structure intelligente, smart structure, structure adaptative, structure active, adaptronics ou encore structronics peuvent tous être englobés dans une catégorie de système faisant intervenir de nombreuses disciplines, comme par exemple la science des matériaux, la mécanique appliquée ou la théorie du contrôle. Ce champ de recherche et d'application s'est largement développé depuis plusieurs décennies alors que certaines limites du traitement passif des structures étaient atteintes. Le principe général consiste à intégrer des actionneurs et des capteurs à une structure classique. Une unité de contrôle ou de traitement du signal y est alors ajoutée afin d'en améliorer les performances structurelles. De nombreuses questions se posent alors, par exemple au sujet du caractère invasif des transducteurs utilisés ou de la consommation énergétique du système. Les matériaux utilisés pour réaliser ces structures intelligentes possèdent souvent des propriétés originales comme par exemple les matériaux à mémoire de forme, les matériaux piézoélectriques ou magnétostrictifs. La notion d'intelligence émerge alors de l'utilisation de ces propriétés et de l'ensemble du système pour atteindre les performances ciblées.

En 2011, aux Rencontres internationales de la guitare d'Antony puis en 2013, aux Journées Facture Instrumentale et Science (JFIS) de l'ITEMM [77], Mamou-Mani présente une *smart* guitare. L'idée est de mesurer la vibration de la table d'harmonie lorsque le musicien joue. Des effets classiquement utilisés pour des guitares électriques sont ensuite appliqués à cette mesure. Le signal traité est alors réinjecté dans la guitare grâce à un actionneur électrodynamique fixé sur la table d'harmonie. Ainsi il devient possible d'utiliser des effets tel que *reverb*, *flanger* ou encore une saturation sur une guitare acoustique. Ce premier prototype de *smart* guitare a alors ouvert une large voie en posant de nouvelles questions et de nombreux problèmes de recherches. Les effets proposés par Mamou-Mani peuvent par exemple créer un phénomène de larsen non contrôlé et ne permettent pas de faire des modifications subtiles du timbre de l'instrument. Le désir de contrôler de manière plus précise cette guitare est à l'origine du projet ANR IMAREV pour Instruments de Musique à Régimes Virtuels et l'a naturellement dirigé vers le contrôle actif. Cette technologie, initialement utilisée pour des applications de réduction de bruit ou de vibration a déjà été transférée à d'autres domaines, comme celui de l'acoustique musicale. Avant de présenter quelques unes de ces applications il

est intéressant de définir quelques notions de vocabulaire et de fonctionnement propres au contrôle.

1.3.2 Principes fondamentaux du contrôle

1.3.2.1 Contrôle passif

Le contrôle du bruit ou des vibrations de structure est une méthode permettant de réduire la gêne ou les dommages occasionnés par ces deux phénomènes lorsqu'ils sont indésirables. Plusieurs types de contrôle existent et peuvent être séparés en deux catégories, le contrôle passif et le contrôle actif. Le premier est appelé ainsi car il ne nécessite aucun apport d'énergie. En acoustique, il permet habituellement la réduction du bruit hautes fréquences mais peut également être utilisé pour les basses fréquences par exemple en sismologie [25]. De nombreuses méthodes permettent la réduction du bruit ou des vibrations grâce à l'utilisation de matériaux [32] ou de structures telles que des amortisseurs [6]. Les matériaux absorbants et les circuits électriques (*shunt*) permettant de dissiper l'énergie de la structure contrôlée en sont également des exemples classiques [57, 34, 5, 44].

1.3.2.2 Contrôle actif du bruit et des vibrations

Le contrôle actif est une technique de réduction du bruit ou des vibrations indésirables à l'aide d'une source secondaire. Il peut être vu comme une branche de l'automatique puisqu'il est réalisé grâce à une boucle d'asservissement [67]. Le premier brevet traitant du contrôle actif est proposé par Paul Lueg en 1934 [74] et traite de la suppression d'un son pur dans un tuyau. La méthode proposée repose sur une inversion de phase d'un signal mesuré pour annuler le signal perturbateur. Les deux grandes familles de contrôle actif sont le contrôle actif acoustique [82] et le contrôle actif de structure [43] aussi respectivement appelés contrôle du bruit et des vibrations. Les méthodes de contrôle utilisées dans ces deux domaines sont souvent similaires. On s'intéressera dans la suite seulement au contrôle des vibrations sachant que la plupart des méthodes présentées peuvent également être appliquées au contrôle du bruit. Classiquement, le contrôle peut avoir trois objectifs [90]. Le premier est d'éviter l'endommagement des structures soumises à des vibrations parasites. En effet, si la structure rentre en résonance à cause d'une perturbation, il est possible qu'elle se détériore. L'endommagement par fatigue à des faibles niveaux de vibration mais durant de longues périodes est également un phénomène néfaste pour les structures [27, 28]. Le contrôle permet alors de réduire la vibration de la structure et évite cet endommagement. Le second objectif du contrôle est d'améliorer le confort des personnes soumises à du bruit ou à des vibrations [72]. Ce type de contrôle est par exemple utilisé dans les transports ou en aéronautique afin de réduire les bruits parasites dus aux écoulements ou à la vibration de parois. Le troisième objectif du contrôle est d'améliorer la précision de certains outils en éliminant le bruit qui les perturbe. C'est par exemple le cas pour les télescopes terrestres qui utilisent aujourd'hui des systèmes de contrôle actif permettant de réduire l'influence des turbulences atmosphériques.

1.3.2.3 Principe du contrôle actif

Bien que de nombreuses techniques de contrôle existent, le principe général en est toujours le même. Une structure contrôlée doit être équipée d'au moins un couple capteur/actionneur. Cet ensemble couplé à un système de contrôle est ainsi nommée "structure active". Une mesure est faite à un ou à plusieurs points de ce système afin d'être utilisée dans un système de contrôle. Ce dernier peut être constitué de plusieurs composants et a pour but de calculer le ou les signaux de commande devant être réinjectés dans la structure pour atteindre la cible du contrôle imposée par l'utilisateur. Ces commandes sont envoyées grâce aux actionneurs. Le fonctionnement basique d'une structure active est représenté sur la Figure 1.1.

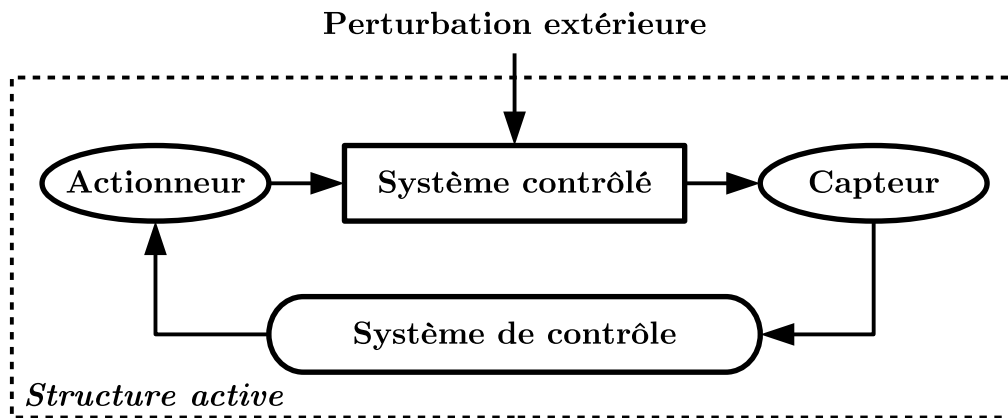


FIGURE 1.1 – Schéma de principe d'une structure active perturbée.

1.3.2.4 Contrôle actif classique/moderne

Les méthodes de contrôle actif peuvent être classées de nombreuses manières. L'une d'entre elles est de séparer les techniques de contrôle dites *classiques* des techniques dites *modernes* [90]. Les techniques *classiques* sont basées sur la notion de fonction de transfert. Celle du système de contrôle est alors construite à l'aide et afin de modifier celle de la structure à contrôler. Cette approche est adaptée pour les systèmes simple-entrée/simple-sortie (SISO) mais devient compliquée à mettre en œuvre dès que le système de contrôle possède plusieurs entrées ou plusieurs sorties. Les techniques de contrôle *modernes* sont plus adaptées aux systèmes multi-entrées/multi-sorties (MIMO). Ces méthodes sont basées sur la notion de variable d'état. Ces dernières sont directement liées aux paramètres à contrôler. Le contrôleur d'un système utilisant ce genre de méthodes, et donc une modélisation de ce système, est construit dans l'espace de ces états. Cette modélisation est basée sur une description du système par des équations différentielles du premier ordre ce qui permet une manipulation aisée de ce genre de modèle.

1.3.2.5 Feedforward et feedback

Le fait de connaître ou non l'entrée d'un système, c'est à dire son excitation ou encore sa perturbation permet également de différencier deux familles de contrôle. Le contrôle par feedforward consiste à mesurer cette perturbation ainsi qu'un signal d'erreur. Cela permet de réaliser un contrôle par anticipation en comparant le signal d'erreur à une cible déterminée grâce à la mesure de la perturbation. Le principe du contrôle par feedforward est représenté sur la Figure 1.2.

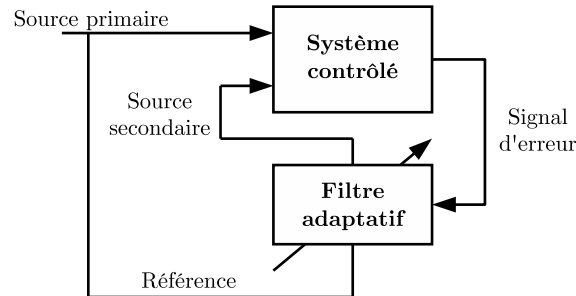


FIGURE 1.2 – Principe du contrôle par feedforward [90].

Le contrôle par feedback n'utilise pas de mesure de l'excitation. Le signal de commande est calculé à partir de la réponse du système à contrôler. La mesure de la sortie du système peut être comparée à une cible comme le montre la Figure 1.3.

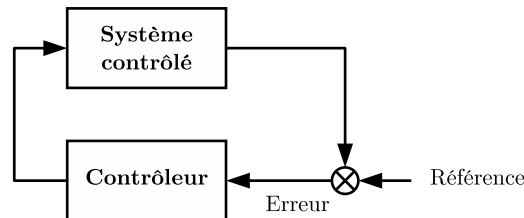


FIGURE 1.3 – Principe du contrôle par feedback [90].

Dans certains cas cette cible est directement incluse dans le système de contrôle sans passer par un signal de référence. Ces deux méthodes possèdent chacune des avantages et des inconvénients décrits dans le Tableau 1.1.

1.3.2.6 Méthodes de contrôle

De nombreuses méthodes de contrôle existent au sein de ces différentes familles. Il est par exemple possible de régler simplement le gain et la phase de la boucle de contrôle pour atténuer un bruit comme l'a fait Lueg en 1934 [74]. Un exemple de contrôle très

Type de contrôle	Avantages	Inconvénients
Feedback Amortissement actif	→ Pas de modèle → Stable si colocalisé	→ Efficace seulement proche des résonances
Basé sur un modèle	→ Méthode générale → Peut atténuer n'importe quelle perturbation dans la bande de contrôle	→ Bande de contrôle limitée → Perturbation en dehors de la bande de contrôle amplifiée → Spillover
Feedforward Filtrage par anticipation	→ Pas de modèle → Large bande de fréquence → Adaptée aux perturbations harmoniques	→ Besoin d'une référence → Méthode locale

TABLEAU 1.1 – Avantages et inconvénients des méthodes de contrôle par feedback et feed-forward [90].

répandu dans l'industrie et appartenant à la famille du contrôle classique est la méthode de contrôle par régulateur ou correcteur PID pour Proportionnel-Intégral-Dérivé. Cette méthode de contrôle par feedback, permet d'obtenir un signal de commande à partir du signal mesuré, de son intégrale et de sa dérivée. Ce type de contrôle permet et nécessite de faire un compromis entre la précision, la rapidité et la robustesse du système. Il est adaptable à de nombreux cas. Une autre méthode de contrôle consiste à filtrer les signaux mesurés. Plusieurs filtres peuvent être utilisés afin de contrôler différents modes de la structure. Le contrôle d'état est une méthode de contrôle qui permet le contrôle de certains paramètres d'un système en utilisant un modèle de ce dernier dans un espace appelé espace d'état. Cette méthode est présentée plus en détails dans le chapitre 2.

Plusieurs de ces méthodes ont déjà été appliquées aux instruments de musique. En effet, l'idée d'utiliser une mesure faite sur un instrument pour en modifier le son émis n'est pas nouvelle. Depuis plus d'un siècle, de nombreuses applications utilisant des systèmes de rétroaction ou des systèmes de contrôle ont été mises en œuvre. La section suivante présente quelques unes de ces applications.

1.3.3 Instruments contrôlés

Bien qu'un système actif ou actionné ne soit pas nécessairement contrôlé et vice versa, il est difficile de délimiter clairement ces deux domaines. Les systèmes dits actifs ou actionnés sont généralement des systèmes dans lesquels est injectée de l'énergie sans avoir de cible précise. Les systèmes contrôlés n'utilisent pas forcément d'énergie provenant de l'extérieur mais le contrôle qui leur est appliqué sert à faire converger un paramètre de ce système vers une cible définie. Dès 1893, Eisenmann [37] dépose un brevet sur un système permettant d'agir sur la vibration des cordes d'un piano. Le son de ce dernier est mesuré par un microphone. Le signal mesuré est ensuite utilisé pour exciter les cordes à l'aide d'électro-aimants. Ainsi, le sustain des cordes, c'est à dire la durée du son lorsqu'elles sont excitées, peut être modifié. D'autres exemples d'instruments actifs ou actionnés sont donnés par [60, 101, 83, 84, 76]. L'apparition du contrôle actif sur les instruments de musique se fait dans les années 90. Deux applications sont alors développées et ont pour but principal de modifier le son des instruments de musique. D'un côté, Besnainou [13] explore les techniques de contrôle classiques appliquées à divers instruments. De l'autre, Griffin [51] applique une technique de contrôle moderne à une guitare. Ces deux applications ont été suivies par bien d'autres présentées ici en se basant sur la liste non exhaustive proposée par Boutin dans [18].

Très tôt, les instruments à cordes ont bénéficié d'une attention particulière dans le domaine du contrôle actif. En 1995, Griffin et Hanagud [51, 59] proposent de modifier l'amortissement de la résonance de Helmholtz ainsi que les deux premiers modes de vibration de la table d'harmonie d'une guitare acoustique. Ils tentent ainsi de modifier la qualité de cet instrument en ciblant des caractéristiques modales notables de guitares de bonne qualité. Ils utilisent pour cela deux méthodes pour atteindre leurs objectifs. La première dite de contrôle modal et la seconde utilisant un simple filtre passe bas d'ordre 2. Cependant, cette étude se limite à des résultats vibratoires et aucune étude ne permet de conclure sur l'effet du contrôle sur le son de l'instrument ni sur la qualité de ce dernier.

Pour éviter le feedback acoustique, Griffin et al. [52] utilisent de nouveau l'approche du filtre passe bas d'ordre 2 lorsqu'une guitare acoustique est amplifiée. Un modèle de guitare prenant en compte ce phénomène est tout d'abord développé puis utilisé dans le design d'un contrôleur permettant d'en annuler les effets indésirables. Cependant ce contrôle n'est pas adapté à une situation de jeu puisqu'il est conçu pour un cas où la guitare ne bouge pas devant le système d'amplification. Un contrôleur adaptatif devrait permettre de réaliser un système plus robuste.

En 2008, Boutin et Besnainou [18] proposent une méthode permettant le contrôle d'un modèle simple de "brige hill" de violon. Cette étude utilise un contrôle par PID et permet d'obtenir des effets notables sur le son du modèle de violon ainsi que sur un violon réel. Boutin [16] propose par la suite une méthode utilisant une somme de filtres d'ordre 2 permettant de modifier les caractéristiques de l'admittance d'entrée d'un violon. Il parvient à modifier l'amortissement des premiers modes de ce dernier mais non leurs fréquences. Cette méthode se révèle inefficace pour le contrôle du bridge

hill puisque ce dernier n'est pas un mode de la structure et s'étend sur une large bande de fréquence.

Pinte et al. [88] s'intéressent également au violon. Ils proposent de remplacer l'âme de ce dernier par une âme active munie d'un actionneur piézoélectrique afin de modifier son impédance au chevalet. Ils utilisent ensuite deux méthodes de contrôle, la première par feedforward et la seconde par feedforward additionnée à une correction par feedback. Ils tentent, en contrôlant une bande de fréquence limitée (400-500 Hz), d'améliorer la qualité sonore de cet instrument. Cependant, cette bande de fréquence n'est pas suffisante pour permettre un effet audible sur le son.

Berdahl et al. [11] étudient quant à eux l'effet d'un amortissement actif appliqué aux modes transverses et horizontaux d'une corde vibrante. Ils utilisent pour cela un contrôle de type Intégral du déplacement d'une corde de guitare électrique. Les résultats de cette étude montrent qu'il est possible de contrôler indépendamment les modes verticaux et horizontaux de la corde. Berdahl et al. [12] étudient également le cas d'un contrôleur de niveau RMS placé dans une boucle dans laquelle est inclus un effet audio. Il utilise alors un modèle de corde pour simuler les effets de ce contrôleur pour différentes cibles de contrôle offrant ainsi une dynamique inhabituelle à l'instrument modélisé.

Bien que les instruments à cordes bénéficient d'une attention particulière dans le domaine du contrôle actif instrumental, la diversité des méthodes existantes offre de nombreuses techniques adaptées au contrôle des autres familles d'instruments. Les percussions sont par exemple le sujet de plusieurs études. En contrôlant la phase et l'amplitude du déplacement mesuré sur une lame de xylophone, Besnainou [13] parvient à en modifier le son. Son contrôle cible les modes de vibration de la structure en décomposant son admittance en une somme de résonateurs d'ordre 2. La commande à appliquer à la structure est ensuite calculée à partir de ces caractéristiques. Bien que ciblant les modes de la structure, cette technique ne permet pas d'agir sur un mode sans affecter les modes voisins. Cette méthode est ensuite appliquée à d'autres instruments comme à un tambourin ou encore à un tuyau d'orgue.

Rollow et al. [96, 97] proposent de modifier le timbre d'une peau de percussion montée sur un fût clos dans lequel sont installés quatre haut-parleurs. Quatre accéléromètres sont fixés sur la peau de cette percussion. Ils tentent d'abord d'appliquer une méthode de contrôle par feedback à l'aide d'une synthèse de commande PID. Cette méthode se révèle instable à cause du retard induit par la dynamique des actionneurs utilisés et du couplage fluide-structure présent dans le fût de l'instrument. L'utilisation d'une méthode de contrôle par feedforward permet alors la modification d'un mode de vibration de la membrane. Cela a pour effet de diminuer le rayonnement de ce mode. Le contrôle en fréquence des modes de vibration n'est pas concluant.

Rebelo et al. [102] proposent un système similaire appliqué à une conga, instrument de percussion latin. Un haut-parleur sert d'actionneur tandis qu'un microphone de contact fixé sur la peau sert de capteur. L'objectif est ici de contrôler des signaux transitoires. Le contrôle appliqué est de type feedback. Une somme de filtres créant des résonances virtuelles et s'additionnant aux résonances physiques de l'instrument

permet d'en modifier l'amortissement. L'estimation du signal d'excitation créé par le musicien lorsqu'il joue la conga ainsi que le caractère non-linéaire des actionneurs lors du contrôle de signaux transitoires restent des points sensibles dans le cadre du contrôle de ce type de signaux.

Boutin et al. [17] proposent le contrôle d'une lame de xylophone par synthèse de commande PID. Cependant cette méthode ne permet pas de contrôler les caractéristiques d'un seul mode de vibration sans agir sur les autres modes de la structure. Boutin [16] propose alors une méthode utilisant une somme de filtres d'ordre 2 permettant d'agir sur les modes désirés sans perturber les autres. Grâce à un système n'utilisant qu'un seul actionneur et un seul capteur, il parvient à contrôler la fréquence et l'amortissement de deux modes de flexion de la lame de xylophone indépendamment l'un de l'autre. Cependant, avec un seul couple capteur/actionneur, ce système ne permet pas de contrôler ces deux modes en même temps.

Les systèmes de contrôle actif appliqués aux instruments à vent sont beaucoup moins nombreux. L'un des premiers n'est pas directement utilisé pour modifier le son d'un instrument mais pour étudier l'effet qu'a un résonateur sur les lèvres du musicien lorsqu'il joue. Il est proposé en 1996 par Chen et Weinreich [24] et est constitué d'un résonateur de Helmholtz muni d'une entrée simulant l'embouchure d'une trompette. Un microphone à électret relié à la cavité du résonateur par un capillaire permet de mesurer la pression dans ce dernier. Un haut-parleur fixé à l'intérieur de la cavité sert d'actionneur. Le contrôleur utilisé est constitué d'un simple gain et d'un déphaseur. Cela permet de modifier l'amortissement ainsi que la fréquence du résonateur de Helmholtz. Des mesures d'impédance pour différentes configurations de contrôle en situation de jeu permettent de conclure que les anches labiales des joueurs de cuivres ne peuvent être considérées ni comme des anches en-dedans ni comme des anches en-dehors. De plus cette étude révèle l'importance de la cavité buccale pour le jeu des cuivres.

Picket [86] étudie quant à lui le contrôle actif des cuivres. En utilisant un haut-parleur à chambre de compression et un microphone électrostatique il propose d'atténuer le son d'une trompette, d'en modifier le son et d'étudier l'influence qu'a le contrôle sur le musicien. Il teste deux méthodes de contrôle, l'une analogique par feedback et l'autre numérique utilisant un algorithme LMS adaptatif basé sur la minimisation de la différence entre le signal mesuré et le signal désiré. Ces deux méthodes sont concluantes et permettent d'atténuer les deux premières harmoniques d'une note de trompette impactant ainsi le timbre de l'instrument.

Guerard [53] propose de réaliser une flûte hybride grâce à un bec monté sur un résonateur contrôlé. L'objectif est d'annuler complètement le son émis par la flûte réelle et de le remplacer par un son de synthèse donné par un modèle de flûte possédant des paramètres réglables. Il est par exemple possible de choisir virtuellement la longueur de cet instrument en gardant le même résonateur physique. Le signal dans le tube est mesuré à l'aide de microphones. La synthèse de commande est réalisée grâce à un filtre dont les paramètres sont identifiés expérimentalement et le signal de commande est envoyé à l'aide d'un haut-parleur placé au bout du tube.

Grâce à une boucle de contrôle en gain et déphasage, Mamou-Mani et al. [78]

contrôlent la résonance d'une sourdine de trombone. Un haut-parleur et un microphone placés dans la sourdine permettent de déplacer sa résonance en fréquence et en amortissement. Les effets sur la jouabilité de l'instrument sont notables puisque la note pédale difficilement jouable devient stable lorsque le contrôle est déclenché.

Enfin, Meurisse et al. [80] utilisent une méthode de contrôle actif modal pour modifier les résonances d'une clarinette basse simplifiée. À l'aide d'un système colocalisé, les fréquences et amortissement de ces résonances sont contrôlées dans l'optique de changer la jouabilité ainsi que le timbre de l'instrument.

Les travaux réalisés dans le cadre de cette thèse ont également menés à des publications sur le contrôle actif des instruments à cordes ainsi que sur le contrôle des instruments à vent [80]. Les premiers résultats concernant le contrôle de l'amplitude modale d'une structure et illustrés à l'aide de simulations temporelles sont présentés dans [9, 8]. L'influence du contrôle actif sur le son d'un instrument ainsi qu'une comparaison rapide des contrôles modaux d'état et d'état dérivé sont présentés dans [7]. Le système temps réel développé pour l'application expérimental du contrôle actif a également fait le sujet d'une étude présentée dans [10]. Ces résultats s'appuient principalement sur ceux de ce manuscrit.

Toutes ces études montrent que les techniques de contrôle actif utilisées sont aussi diverses que les instruments auxquelles elles sont appliquées. Si leur but est souvent de modifier le son des instruments, il arrive que d'autres objectifs soient visés. La jouabilité des instruments ou encore la compréhension des phénomènes les régissant sont parfois les motivations qui mènent à l'utilisation du contrôle. Ce résumé non exhaustif des études existantes montre qu'il est également difficile de séparer clairement les systèmes de contrôle actif des systèmes hybrides. En effet, dans ces deux cas, les problématiques et les objectifs se rejoignent souvent. Le contrôle actif semble donc être un outils pertinent pour modifier les caractéristiques mécaniques des instruments de musique quelque soit l'intérêt de ces modifications. Puisqu'elle cible directement les modes de la structure, la méthode de contrôle d'état modale semble particulièrement adaptée au problème de la modification *in situ* des paramètres modaux des instruments de musique.

1.4 Plan du manuscrit

Cette thèse se propose d'appliquer une méthode de contrôle actif permettant de simuler la modification des paramètres physiques d'un instrument directement sur celui-ci. Plusieurs objectifs sont fixés. Le premier est de proposer une démarche permettant l'implémentation expérimentale de ce contrôle sur divers instruments. Le second est de vérifier que le contrôle actif modal est un moyen efficace de modifier le son des instruments de musique. Enfin, dans la perspective de répondre aux besoins des fabricants d'instruments, des musiciens et des acousticiens, le contrôle actif modal doit être validé en tant qu'outil, permettant la modification fine des paramètres modaux d'une structure.

La méthode de contrôle actif modal est présentée dans le second chapitre. Le formalisme ainsi que la conception théorique d'un système de contrôle d'état modal sont présentés. Les contraintes liées à l'utilisation d'un tel système sont également abordées.

Le chapitre suivant propose des méthodes adaptées permettant de contrôler l'ensemble des paramètres modaux d'une table d'harmonie d'un instrument à cordes. En effet, si le contrôle d'état modal permet de modifier la fréquence ou l'amortissement d'une structure, il ne permet pas d'en modifier l'amplitude. La combinaison de cette méthode avec un contrôle d'état dérivé donne les moyens d'atteindre cet objectif. Cependant, peu d'applications du contrôle d'état dérivé existent, puisque pour une structure possédant un large nombre de degrés de liberté, ce type de contrôle se révèle inefficace. Une méthode d'adimensionnement du système de contrôle permet de contourner ce problème. La méthode de contrôle combinés est ensuite présentée.

Pour valider expérimentalement les méthodes proposées, le dispositif expérimental développé est présenté dans le quatrième chapitre. Les structures contrôlées y sont détaillées et le système de contrôle temps réel développé ainsi que les contraintes liées aux transducteurs y sont rapidement décrits.

Les possibilités offertes par les méthodes de contrôle proposées sont ensuite testées expérimentalement. Les capacités et les limites de ces méthodes sont discutées dans le cinquième chapitre.

Enfin, pour valider l'utilisation du contrôle actif en tant qu'outil permettant d'agir sur les paramètres modaux d'un instrument et de modifier le son émis, une étude sur le couplage entre un mode de table d'harmonie et une corde est étudié. Les résultats de cette étude sont présentés et permettent de conclure sur les forces et sur les faiblesses de l'approche proposée.

Chapitre 2

Contrôle actif modal

2.1 Principe du contrôle actif modal

Le principe du contrôle actif modal est de contrôler directement les modes de vibration d'un système. Cette méthode se révèle particulièrement adaptée dans de nombreux cas de contrôle de systèmes physiques [27, 28, 19]. En effet, l'approche modale est une description classique dans de nombreux domaines de la mécanique. Cette méthode permet donc de lier intuitivement le domaine du contrôle et celui de la mécanique [45]. L'un des principaux avantages de cette méthode est qu'elle permet de concentrer l'énergie de contrôle sur les modes désirés. Cela permet donc une réduction de la consommation d'énergie du système de contrôle. Un système muni de plusieurs capteurs et de plusieurs actionneurs (MIMO) est nécessaire lorsque le contrôle doit être appliqué à un nombre important de modes. Si le choix des modes à contrôler est réduit, un système ne possédant qu'un seul capteur et un seul actionneur (SISO) peut être utilisé. Le contrôle actif modal est une technique de contrôle dite moderne et qui appartient à la famille du contrôle par feedback. Elle nécessite une modélisation de la structure à contrôler dans l'espace d'état modal. Dans ce cas et comme son nom l'indique, les vitesses et les déplacements modaux de la structure sont choisis comme états du système. Le vecteur d'état ainsi construit est appelé vecteur d'état modal de la structure. Le principe du contrôle actif modal repose donc sur une description du système par des équations différentielles du premier ordre gouvernant les variables d'état du système. Cette écriture est obtenue en découplant les équations différentielles classiques du second ordre en passant dans la base modale.

2.2 Formulation modale

Gawronski [45] détaille la modélisation d'une structure de deux manières. La première, qu'il appelle le modèle nodal, consiste à décrire la structure en terme de vitesses et de déplacements nodaux. Dans ce cas, la structure est caractérisée par ses matrices de masse, de raideur et d'amortissement. Cette approche est par exemple celle utilisée dans le cadre de la méthode des éléments finis. La seconde est appelée l'approche mo-

dale. Dans ce cas, les degrés de liberté du modèle correspondent directement aux modes de la structure. Les équations régissant ce modèle sont décrites en terme de vitesses et de déplacements modaux. La structure est alors caractérisée par ses matrices de masse modale, de raideur modale et d'amortissement modal. La représentation de la dynamique des structures utilisant l'approche modale est une tradition dans les domaines de l'analyse structurelle et de l'ingénierie [79]. Le principal avantage de cette représentation est de permettre la manipulation d'équations découplées. Son écriture compacte, sa simplicité et son interprétation physique explicite rendent son utilisation particulièrement pratique. De plus, de nombreuses propriétés structurelles n'apparaissent clairement que lorsque la structure est représentée en utilisant ses coordonnées modales. L'approche modale permet également de réduire les efforts nécessaires à une étude expérimentale, comme par exemple lors de l'identification des paramètres de la structure.

En dynamique des structures, il est courant de partir d'un modèle nodal qui peut être vu comme une discrétisation spatiale des équations du mouvement continues régissant la dynamique de la structure étudiée. La forme générale discrétisée des équations du mouvement d'une structure élastique amortie soumise à des forces extérieures et possédant un nombre fini de degrés de liberté s'écrit

$$\mathbf{M}\ddot{\boldsymbol{\delta}}(t) + \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\delta}}(t) + \mathbf{K}\boldsymbol{\delta}(t) = \mathbf{F}(t), \quad (2.1)$$

avec $\boldsymbol{\delta}(t)$ et $\mathbf{F}(t)$ respectivement les vecteurs des déplacements généralisés (translations et rotations) et des efforts généralisés (forces et couples). Les matrices \mathbf{M} , \mathbf{C} et \mathbf{K} sont respectivement les matrices de masse, d'amortissement et de raideur. Le symbole $\dot{}$ dénote une dérivée temporelle. Ces matrices sont par définition symétriques et semi-définies positives. Les matrices \mathbf{M} et \mathbf{K} découlent de la discrétisation spatiale de la structure par exemple en éléments finis. L'hypothèse d'une matrice de masse diagonale est une approximation acceptable dans la plupart des cas. La matrice d'amortissement est quant à elle plus délicate à exprimer. En effet, elle représente les différents mécanismes de dissipation présent sur la structure qui restent assez mal connus. Des hypothèses simplificatrices sont alors faites sur sa forme. Celle utilisée dans cette étude est présentée dans le paragraphe suivant.

Afin d'obtenir la description modale de la structure décrite par l'équation 2.1, il est nécessaire de partir de l'équation de ce système dans le cas où ce dernier est libre et conservatif. L'équation 2.1 devient

$$\mathbf{M}\ddot{\boldsymbol{\delta}}(t) + \mathbf{K}\boldsymbol{\delta}(t) = \mathbf{0}. \quad (2.2)$$

En cherchant une solution harmonique de la forme $\boldsymbol{\delta}(t) = \boldsymbol{\Phi}_i e^{j\omega_i t}$, les valeurs propres ω_i et les vecteurs propres $\boldsymbol{\Phi}_i$ de cette structure doivent vérifier

$$(\mathbf{K} - \omega_i^2 \mathbf{M})\boldsymbol{\Phi}_i = \mathbf{0}. \quad (2.3)$$

ω_i correspond à la pulsation propre et $\boldsymbol{\Phi}_i$ à la déformée modale du $i^{\text{ème}}$ mode de la structure. Le nombre de modes est égal au nombre de degrés de liberté m choisis pour discrétiser la structure. Il est important de noter que l'équation 2.3 permet d'obtenir

les déformées modales de la structure mais pas l'amplitude de ces modes qui peut être fixée arbitrairement. L'orthogonalité des modes est démontrée en multipliant l'équation 2.3 par Φ_j^t où le symbole t dénote la transposée. Les conditions d'orthogonalité sont alors données par

$$\begin{cases} \Phi_i^t M \Phi_j = \mu_i \delta_{ij} \\ \Phi_i^t K \Phi_j = \mu_i \omega_i^2 \delta_{ij} \end{cases}, \quad (2.4)$$

avec δ_{ij} le symbole de Kronecker et μ_i la masse modale du $i^{ème}$ mode de la structure. En posant $\Phi = (\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n)$ les conditions d'orthogonalité de 2.4 deviennent

$$\begin{cases} \Phi^t M \Phi = diag(\mu_i) \\ \Phi^t K \Phi = diag(\mu_i \omega_i^2) \end{cases}. \quad (2.5)$$

Connaissant les propriétés modales de la structure modélisée, il est ensuite possible d'opérer un changement de variable dans l'équation 2.1. Cette opération, appelée une décomposition modale, permet de passer des coordonnées physiques aux coordonnées modales en posant

$$\delta(t) = \Phi \mathbf{q}(t) = \sum_{i=0}^n q_i(t) \Phi_i, \quad (2.6)$$

avec $\mathbf{q}(t)$ le vecteur des déplacements modaux de la structure. En réinjectant 2.6 dans 2.1 l'équation du mouvement devient

$$M \Phi \ddot{\mathbf{q}}(t) + C \Phi \dot{\mathbf{q}}(t) + K \Phi \mathbf{q}(t) = \mathbf{F}(t). \quad (2.7)$$

Cette équation peut ensuite être multipliée par Φ^t . En utilisant les relations d'orthogonalité de 2.5, l'équation 2.7 devient

$$diag(\mu_i) \ddot{\mathbf{q}}(t) + \Phi^t C \Phi \dot{\mathbf{q}}(t) + diag(\mu_i \omega_i^2) \mathbf{q}(t) = \Phi^t \mathbf{F}(t). \quad (2.8)$$

En faisant l'hypothèse des amortissements proportionnels [22], c'est à dire que la matrice C est diagonale et donc que l'amortissement de chaque mode est proportionnel à sa vitesse, le facteur d'amortissement modal ξ_i est défini par

$$\Phi^t C \Phi = diag(2\mu_i \omega_i \xi_i). \quad (2.9)$$

Grâce aux conditions de 2.5 et à l'hypothèse des amortissements proportionnels de 2.9, les équations modales sont découplées et l'équation 2.8 peut s'écrire

$$\ddot{\mathbf{q}}(t) + 2\Xi \Omega \dot{\mathbf{q}}(t) + \Omega^2 \mathbf{q}(t) = \boldsymbol{\mu}^{-1} \Phi^t \mathbf{F}(t), \quad (2.10)$$

avec

$$\begin{cases} \Xi = diag(\xi_i) \\ \Omega = diag(\omega_i) \\ \boldsymbol{\mu} = diag(\mu_i) \end{cases}. \quad (2.11)$$

Puisque les déformées modales peuvent être normalisées arbitrairement, il est d'usage de choisir $\mu_i = 1$. Dans ce cas, on obtient $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{Id}$ avec \mathbf{Id} la matrice identité. Dans ce cas 2.10 devient

$$\ddot{\mathbf{q}}(t) + 2\boldsymbol{\Xi}\boldsymbol{\Omega}\dot{\mathbf{q}}(t) + \boldsymbol{\Omega}^2\mathbf{q}(t) = \boldsymbol{\Phi}^t\mathbf{F}(t). \quad (2.12)$$

Dans ces conditions, l'équation 2.12 est équivalente à l'équation 2.1. Cependant il est important de noter que si un nombre important de degrés de liberté m est requis pour modéliser correctement une structure à l'aide de l'équation 2.1, il n'est souvent pas nécessaire d'utiliser autant de modes lorsque l'équation 2.12 est utilisée. En effet, seul les modes de la bande de fréquence étudiée sont importants. De plus, une structure continue possède théoriquement une infinité de modes ce qui ne peut pas être pris en compte dans l'utilisation d'un modèle. Il est donc classique d'utiliser une méthode dite de réduction modale permettant d'alléger les modèles utilisés et donc les calculs lors de l'utilisation de ces derniers. Ce point est donc un avantage supplémentaire de l'approche modale. Ainsi, si le nombre de degrés de liberté de l'équation 2.1 est fixé à m , la taille de la matrice de réduction $\boldsymbol{\Phi}$ peut être $m * n$ avec $n \leq m$. Dans ce cas, le nombre de modes et donc de degrés de liberté de l'équation 2.12 est réduit à n .

De plus, si les forces extérieures sont appliquées en un seul point ou bien également réparties sur plusieurs points de la structure modélisée, le vecteur les représentant peut être réécrit

$$\boldsymbol{\Phi}^t\mathbf{F}(t) = \boldsymbol{\Phi}^t\mathbf{F}w(t). \quad (2.13)$$

La grandeur $w(t)$ représente le signal de perturbation appliqué à la structure sans notion de localisation. Le terme $\boldsymbol{\Phi}^t\mathbf{F}$ contient les paramètres liés à la perturbation comme par exemple les caractéristiques du point d'entrée de cette perturbation contenues dans \mathbf{F} . Le terme $\boldsymbol{\Phi}^t\mathbf{F}w(t)$ permet donc de projeter l'action de la perturbation sur la base modale. Afin de simplifier les notations on pose dans la suite $\boldsymbol{\Pi}^w = \boldsymbol{\Phi}^t\mathbf{F}$.

2.3 Représentation dans l'espace d'état

L'équation 2.12 du second ordre décrit donc la dynamique d'une structure comme la somme de ses modes de vibration. Cependant, l'utilisation de ce type d'équations n'est pas adaptée pour l'application d'un contrôle. La formulation dans l'espace d'état permet la réduction de cette équation au premier ordre. L'état d'un système peut être décrit de nombreuses manières. En effet, une simple mesure de position, de vitesse ou d'altitude peut être considérée comme l'état d'un système. Dans le cas d'une représentation dans l'espace d'état modal, le vecteur d'état est construit avec les variables décrivant les modes de la structure. Il est par exemple possible de définir le vecteur d'état $\mathbf{x}(t)$ tel que

$$\mathbf{x}(t) = [\mathbf{q}^t(t) \ \dot{\mathbf{q}}^t(t)]^t. \quad (2.14)$$

L'utilisation de cette formulation permet de faire le pont entre deux domaines d'études fortement liés que sont l'analyse structurelle et le contrôle de structure ou autrement dit entre l'équation 2.12 et l'équation 2.15 décrivant la dynamique d'un système linéaire

soumis à une perturbation dans l'espace d'état et donnée par

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}w(t). \quad (2.15)$$

Afin d'obtenir la formulation dans l'espace d'état, 2.12 peut être réécrite

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{q}}(t) = \dot{\mathbf{q}}(t) \\ \ddot{\mathbf{q}}(t) = -2\mathbf{\Xi}\mathbf{\Omega}\dot{\mathbf{q}}(t) - \mathbf{\Omega}^2\mathbf{q}(t) + \mathbf{\Pi}^w w(t) \end{cases}, \quad (2.16)$$

soit sous forme matricielle

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}(t) \\ \ddot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n,n} & \mathbf{Id}_{n,n} \\ -\mathbf{\Omega}^2 & -2\mathbf{\Xi}\mathbf{\Omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n,1} \\ \mathbf{\Pi}^w \end{bmatrix} w(t). \quad (2.17)$$

Il est alors possible d'identifier 2.17 à 2.15 pour obtenir les matrices d'état suivantes

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n,n} & \mathbf{Id}_{n,n} \\ -\mathbf{\Omega}^2 & -2\mathbf{\Xi}\mathbf{\Omega} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n,1} \\ \mathbf{\Pi}^w \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

\mathbf{G} correspond à la matrice de la perturbation et \mathbf{A} correspond à la matrice de la dynamique du système contenant les paramètres de la structure étudiée. Il est important de noter que le choix de l'état du système est arbitraire et n'est pas unique. Dans le cas d'une représentation modale, plusieurs formes peuvent être utilisées comme les décline Gawronski [45] mais utilisent toujours le déplacement modal et ses dérivées.

2.4 Identification des paramètres modaux

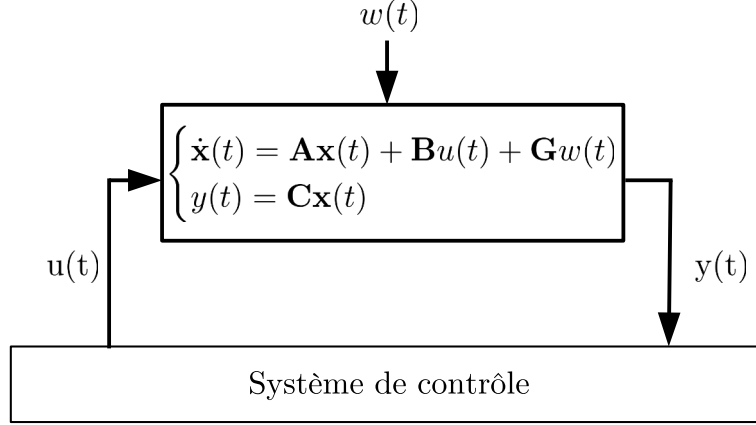
Comme décrit sur la Figure 1.1, des capteurs et des actionneurs doivent être ajoutés à la structure à contrôler et donc aux équations la modélisant. En gardant la même définition du vecteur d'état et les notations définies précédemment, la dynamique d'un système linéaire contrôlé et soumis à une perturbation s'écrit dans l'espace d'état

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{G}w(t) \\ y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases}. \quad (2.19)$$

Les grandeurs $u(t)$ et $y(t)$ sont respectivement les signaux de commande et de mesure. \mathbf{B} et \mathbf{C} sont les matrices de l'actionneur et du capteur. Dans le cas d'un système possédant un seul capteur et un seul actionneur, ces matrices peuvent s'écrire

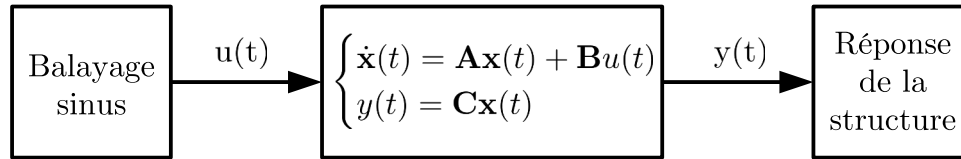
$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n,1} \\ g_a \mathbf{\Pi}^a \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} g_c \mathbf{\Pi}^c \\ \mathbf{0}_{n,1} \end{bmatrix}^t, \quad (2.20)$$

avec $\mathbf{\Pi}^a$ et $\mathbf{\Pi}^c$ les vecteurs de couplage électromécaniques actionneur et capteur projetés dans la base modale et g_a et g_c respectivement les gains de l'amplificateur de l'actionneur et du conditionneur du capteur [27]. La signification physique de 2.19 est assez simple à comprendre. Le signal $y(t)$ est mesuré par le capteur dont les caractéristiques sont

**FIGURE 2.1** – Principe du contrôle actif d'état.

données par la matrice \mathbf{C} . Ce signal va ensuite être utilisé pour calculer un signal de commande $u(t)$ qui, grâce à l'actionneur dont les caractéristiques sont données par \mathbf{B} , s'ajoute au signal de perturbation $w(t)$ afin de modifier l'état du système $\mathbf{x}(t)$. Ce principe est représenté sur la Figure 2.1.

Le modèle présenté dans le paragraphe précédent doit servir dans une boucle de contrôle. Pour cela, les paramètres modaux de la structure à contrôler doivent être connus. Bien qu'il soit possible de donner des valeurs à ces paramètres de manière analytique, il est souvent plus précis de réaliser une identification expérimentale. Celle appliquée ici utilise l'algorithme RFP (Rational Fraction Polynomial) qui tente d'identifier les paramètres modaux d'une structure en modélisant sa fonction de transfert à l'aide de fractions rationnelles polynomiales [94, 95]. Le principal avantage de cette méthode est qu'elle ne nécessite pas l'installation d'un système de mesure particulier pour l'identification. Une seule fonction de transfert entre le capteur et l'actionneur utilisé par la suite dans le système de contrôle est nécessaire pour réaliser cette étape. Un balayage sinus est donc envoyé dans la structure par l'intermédiaire de l'actionneur et la réponse de la structure est mesurée par le capteur. La Figure 2.2 schématise la mesure réalisée pour l'étape d'identification. Dans ce cas les équations régissant la dynamique

**FIGURE 2.2** – Mesure permettant l'identification des paramètres modaux de la structure.

de la structure s'écrivent

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (2.21)$$

La structure n'étant pas perturbée, le terme $w(t)$ de l'équation 2.19 est nul. Afin d'obtenir cette équation il est nécessaire de passer 2.21 du domaine temporel au domaine fréquentiel. En appliquant la transformée de Fourier avec $s = j\omega$, le système 2.21 devient

$$\begin{cases} s\mathbf{X}(s) = \mathbf{A}\mathbf{X}(s) + \mathbf{B}U(s) \\ Y(s) = \mathbf{C}\mathbf{X}(s) \end{cases}, \quad (2.22)$$

qui peut se réécrire

$$\begin{cases} (s\mathbf{Id} - \mathbf{A})\mathbf{X}(s) = \mathbf{B}U(s) \\ Y(s) = \mathbf{C}\mathbf{X}(s) \end{cases}. \quad (2.23)$$

Finalement la fonction de transfert de la structure à contrôler entre capteur et actionneur s'écrit

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \mathbf{C}(s\mathbf{Id} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}. \quad (2.24)$$

En reprenant les notations de 2.18 et de 2.20, cette fonction de transfert peut être développée sous la forme

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \sum_{i=1}^n \frac{g_c \pi_i^c g_a \pi_i^a}{\omega_i^2 + s^2 + 2s\xi_i \omega_i}, \quad (2.25)$$

avec π_i^c et π_i^a les termes des vecteurs de couplage électromécaniques capteur et actionneur.

Le principe de l'algorithme RFP est d'approximer cette fonction de transfert à l'aide de fractions rationnelles polynomiales de la forme

$$H(s) = \frac{\sum_{k=0}^M a_k s^k}{\sum_{k=0}^N b_k s^k}. \quad (2.26)$$

Cependant, trouver une forme analytique qui approche de manière satisfaisante la fonction de transfert expérimentale à l'aide de ces polynômes classiques est assez lourd. Dans [94], Richardson propose de donner cette forme analytique à l'aide de polynômes orthogonaux puis de passer à la forme classique donnée par 2.26. La méthode pour passer des polynômes orthogonaux aux polynômes classiques et donnée dans [69] introduit une première approximation entre la solution analytique trouvée et la forme classique utilisée. Suivant [94], la fonction de transfert identifiée 2.26 peut ensuite se mettre sous la forme

$$H(s) = \sum_{i=1}^{N/2} \left(\frac{r_i}{s - p_i} + \frac{r_i^*}{s - p_i^*} \right), \quad (2.27)$$

avec r_i et p_i respectivement les résidus et les pôles de la structure, $N/2 = n$ et où * désigne le conjugué. L'équation 2.27 peut aisément être réécrite

$$H(s) = \sum_{i=1}^n \frac{A_i + sB_i}{\omega_i^2 + s^2 + 2s\xi_i\omega_i}, \quad (2.28)$$

en utilisant les relations

$$\begin{cases} A_i = -2(Re(p_i)Re(r_i) + Im(p_i)Im(r_i)) \\ B_i = 2Re(r_i) \\ \omega_i = |p_i| \\ \xi_i = \frac{-Re(p_i)}{|p_i|} \end{cases}. \quad (2.29)$$

Ce dernier système donne les relations entre les paramètres modaux de la structure et ses pôles correspondant aux valeurs propres de la matrice \mathbf{A} données par $\det(\lambda\mathbf{Id} - \mathbf{A}) = 0$. Ces relations peuvent alors être réécrites

$$\begin{cases} Re(p_i) = -\xi_i\omega_i \\ Im(p_i) = \omega_i\sqrt{1 - \xi_i^2} \\ |p_i| = \omega_i \end{cases} \quad (2.30)$$

La Figure 2.3 représente le plan des pôles et donne les liens existant entre les pôles et les paramètres modaux de la structure. Pour terminer il reste à identifier les équations

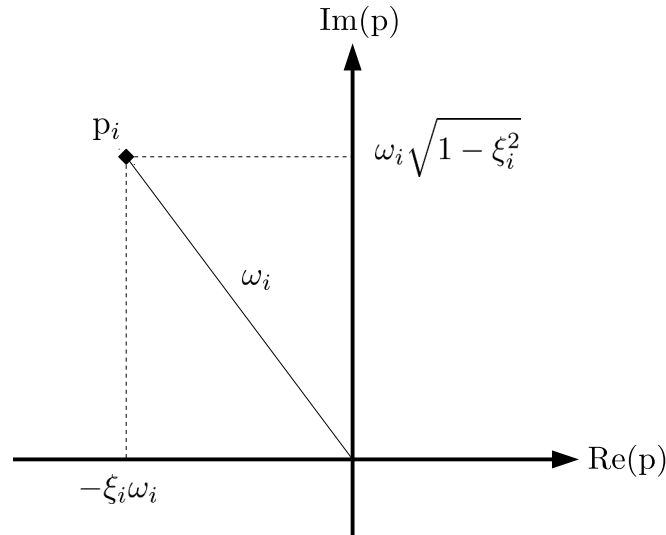


FIGURE 2.3 – Pôle du $i^{ème}$ mode de la structure identifiée par 2.28 représenté dans le plan complexe.

2.25 et 2.28. Une seconde approximation doit dans ce cas être faite. En effet, si les

dénominateurs de ces deux fonctions de transfert sont strictement identiques et peuvent être identifiés directement, leurs numérateurs ne le sont pas. Le terme du numérateur de 2.25 est strictement réel alors que celui de 2.28 est complexe. Le système 2.29 montre que dans le cas de résidus strictement complexes, l'identification est immédiate. Cependant cette condition n'est habituellement pas respectée. Le terme B_i dans l'équation 2.28 peut avoir plusieurs origines. Premièrement, lors de l'excitation de la structure par le balayage sinus, à la fois le déplacement et la vitesse de la structure peuvent être mesurés. Dans ce cas le numérateur possède bien un terme réel et un terme complexe et la fonction de transfert peut être directement identifiée. Cela n'est cependant pas le cas ici. Deuxièmement, le terme B_i peut être dû à l'influence des modes d'ordres supérieurs. Enfin, il peut provenir du fait que les modes identifiés sont complexes pour des structures amorties. Dans certains cas expérimentaux, il est cependant possible de négliger ce terme [89] sans pour autant travailler avec une structure faiblement amortie. Dans ce cas, 2.28 devient

$$H(s) = \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{\omega_i^2 + s^2 + 2s\xi_i\omega_i}, \quad (2.31)$$

et tous les termes de 2.25 peuvent être identifiés. Un dernier point persiste pourtant. Bien que le numérateur de 2.31 soit à présent réel il n'est toujours pas possible d'identifier les termes du numérateur de 2.25. En effet, il n'est pas possible de séparer les termes de l'actionneur de ceux du capteur. Dans le cas où le capteur et l'actionneur sont les mêmes, par exemple des patchs piézoélectriques colocalisés et que les gains de l'amplificateur actionneur et du conditionneur capteur sont connus, les termes π_i^a et π_i^c sont égaux et donnés par

$$\pi_i^a = \pi_i^c = \sqrt{\frac{A_i}{g_c g_a}}. \quad (2.32)$$

Ce cas n'est cependant pas le cas général. La méthode utilisée ici et proposée par Chesné [26] consiste à identifier les termes de A_i comme ceux de la matrice actionneur \mathbf{B} et de fixer les valeurs de la matrice capteur \mathbf{C} égale à l'unité. Les termes de 2.20 ainsi identifiés s'écrivent alors

$$\begin{cases} g_a \pi_i^a = A_i \\ g_c \pi_i^c = 1 \end{cases}. \quad (2.33)$$

Une fois tous les termes du modèle d'état identifiés, il reste à élaborer le système de contrôle avant de pouvoir l'implémenter expérimentalement. Ce dernier utilise le modèle de la structure représenté dans l'espace d'état pour générer le signal de commande nécessaire pour atteindre les objectifs de contrôle.

2.5 Contrôle d'état modal

2.5.1 Contrôleur

Au sein d'un système de contrôle, le contrôleur a pour but de donner le signal de commande permettant d'atteindre la cible fixée par l'utilisateur. Dans le cas du contrôle actif modal, ce contrôleur possède une structure simple contenant un vecteur gain \mathbf{K} . Ce dernier est pré-calculé lors d'une étape de conception du contrôleur. Une fois le contrôle lancé, ce vecteur gain ne peut pas être modifié à moins de stopper momentanément le contrôle. Le signal de commande est alors donné par

$$u(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t). \quad (2.34)$$

La dynamique du système contrôlé peut alors s'écrire

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) - \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}w(t), \quad (2.35)$$

ou encore

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}w(t). \quad (2.36)$$

Comme le montre l'équation 2.36, la dynamique du système n'est donc plus donnée par la matrice \mathbf{A} mais par $(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})$. Les valeurs propres du système contrôlé, données par $\det(\lambda\mathbf{Id} - (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})) = 0$ peuvent alors être modifiées grâce au choix des coefficients de \mathbf{K} . L'effet de ce contrôle sur un mode peut facilement être étudié. Pour un système à un degré de liberté, en notant $\mathbf{K} = [k \ k']$ et en omettant l'écriture de la perturbation qui ne modifie pas intrinsèquement la dynamique de la structure, 2.35 s'écrit

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_0(t) \\ \ddot{q}_0(t) \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & -2\xi_0\omega_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ g_a\pi^a k & g_a\pi^a k' \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} q_0(t) \\ \dot{q}_0(t) \end{bmatrix}, \quad (2.37)$$

ou selon la forme de 2.36

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_0(t) \\ \ddot{q}_0(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(\omega_0^2 + g_a\pi^a k) & -(2\xi_0\omega_0 + g_a\pi^a k') \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0(t) \\ \dot{q}_0(t) \end{bmatrix}. \quad (2.38)$$

Cette dernière équation montre qu'il est donc possible de modifier les paramètres d'un système grâce au contrôle. Dans le cas du contrôle modal, la fréquence propre, liée à la pulsation ω_0 et le facteur d'amortissement ξ_0 peuvent donc être modifiés indépendamment l'un de l'autre grâce aux gains de contrôle k et k' . Ces gains doivent être fixés avant le lancement du contrôle et sont donc définis dans l'étape de conception du système de contrôle. Dans la majeure partie des cas, les structures contrôlées ne possèdent pas qu'un seul degré de liberté. Dans ce cas, des techniques existent pour trouver les coefficients à appliquer sur chaque mode afin d'atteindre les modifications souhaitées.

2.5.2 Gains de contrôle

Une méthode classique pour trouver ces coefficients est appelée la synthèse de commande par placement de pôles. Elle stipule que si le système étudié est commandable, alors il existe au moins un vecteur \mathbf{K} permettant de placer les pôles de ce système à n'importe quel point du plan des pôles représenté sur la Figure 2.3. Le principe de base de cette méthode est assez simple. Pour l'illustrer il suffit de développer formellement le polynôme caractéristique du système

$$P(\lambda) = \det(\lambda \mathbf{Id} - (\mathbf{A} + \mathbf{BK})), \quad (2.39)$$

en fonction des composantes du vecteur des gains de contrôle \mathbf{K} . Supposons que l'on souhaite que le polynôme caractéristique de ce système soit

$$P_c(\lambda) = \prod_{i=0}^n (\lambda - \lambda_i), \quad (2.40)$$

avec $\lambda_i \in E = \{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$, l'ensemble des valeurs propres que l'on souhaite imposer pour le système contrôlé. Il ne reste alors qu'à identifier ces deux polynômes pour trouver les coefficients de \mathbf{K} . Plusieurs algorithmes existent pour réaliser cette identification et peuvent être trouvés dans [68]. Pour un système mono-entrée, la solution de cette identification est unique. D'autres méthodes permettent de trouver les gains de contrôle comme par exemple la synthèse de commande Linéaire Quadratique (LQ) ou encore les synthèses H_2 ou H_∞ . Ces dernières sont basées sur le principe de minimisation d'un critère de performance prenant en compte l'état du système et la commande elle-même. Ainsi un compromis doit être fait entre la rapidité du système, c'est à dire à quelle vitesse le contrôle cible est atteint et l'énergie dépensée pour atteindre cette cible. Néanmoins, la méthode de placement de pôle se révèle particulièrement adaptée lors de l'utilisation d'un contrôle modal. En effet, le système 2.30 permet de rappeler que $p_i = -\xi_i \omega_i \pm j \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2}$. Contrôler ces pôles permet donc de modifier directement les paramètres modaux de la structure.

Lors de l'utilisation d'un placement de pôles, il est important d'être attentif aux conditions de stabilité du système contrôlé. Afin d'assurer cette stabilité, tous les pôles doivent avoir une partie réelle négative. Dans le plan s représenté sur la Figure 2.3, tous les pôles du système doivent donc se trouver dans le demi plan gauche et ne pas être placés dans le demi plan droit.

2.5.3 Observateur

Comme le montre 2.34, le signal de commande $u(t)$ est calculé grâce à l'état du système. Dans le cas où le vecteur d'état est projeté dans la base modale, il n'est pas possible d'obtenir ce vecteur par une simple mesure. En effet, ce vecteur étant constitué des déplacements modaux et des vitesses modales, la mesure d'un déplacement, d'une vitesse ou d'une accélération ne permet pas de remonter au vecteur d'état de la structure. Cela peut être illustré par le fait que même si le signal $y(t)$ et le vecteur \mathbf{C} de

l'équation 2.19 sont connus il n'est pas possible de remonter au vecteur $\mathbf{x}(t)$. Pour obtenir ce vecteur d'état, il est donc nécessaire d'utiliser un observateur aussi appelé estimateur. Ce dernier permet, à l'aide d'une mesure réalisée sur la structure, d'en estimer l'état. Plusieurs type d'observateurs existent et sont adaptés à des méthodes de contrôle différentes. Dans notre cas, un observateur de Luenberger est utilisé et permet d'estimer le vecteur d'état d'un système indépendamment de la perturbation [75]. Son fonctionnement requiert un modèle de la structure étudiée. Les matrices de la dynamique du système, de l'actionneur et du capteur doivent donc être connues pour donner l'équation de la dynamique de l'observateur

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{L}(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t) \end{cases}, \quad (2.41)$$

avec $\hat{\mathbf{x}}(t)$ le vecteur d'état estimé de la structure et $\hat{y}(t)$ la mesure estimée. Le signal de commande devient alors

$$u(t) = -\mathbf{K}\hat{\mathbf{x}}(t), \quad (2.42)$$

et 2.41 peut se réécrire

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{BK} - \mathbf{LC})\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{L}y(t). \quad (2.43)$$

La Figure 2.4 représente le système de contrôle complet constitué de l'observateur et du contrôleur. Le vecteur \mathbf{L} correspond au vecteur gain de l'observateur. Multiplié à la

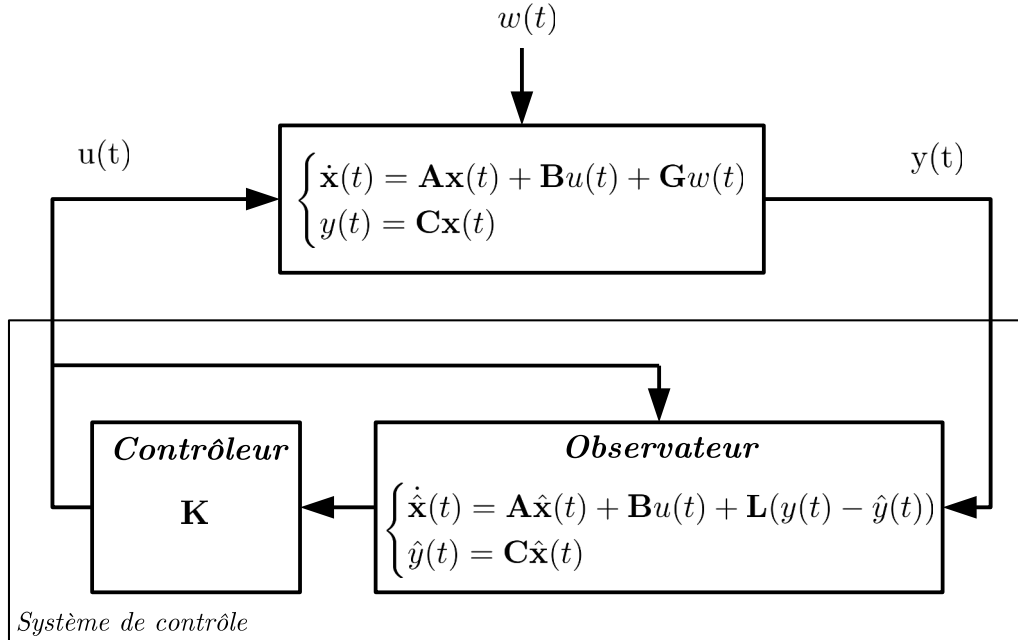


FIGURE 2.4 – Système de contrôle complet.

différence $(y(t) - \hat{y}(t))$, il permet de régler la convergence de l'observateur. L'objectif est

ici de faire correspondre la dynamique de l'observateur donnée par la première équation de 2.41 à la dynamique de la structure donnée par $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t)$. La différence de ces deux équations donne

$$(\dot{\mathbf{x}} - \dot{\hat{\mathbf{x}}})(t) = \mathbf{A}(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})(t) - \mathbf{L}\mathbf{C}(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})(t), \quad (2.44)$$

qui, en posant $\mathbf{e}(t) = (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})(t)$ l'erreur entre l'état et l'état estimé, se réécrit

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\mathbf{e}(t). \quad (2.45)$$

Cette équation montre que l'erreur tend vers 0 si les pôles de $(\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})$ sont à parties réelles négatives. Les gains de \mathbf{L} sont donc choisis pour respecter cette condition. De plus, ces gains peuvent être choisis indépendamment de ceux du contrôleur d'après le principe de séparation [90, 43]. En effet, les équations de 2.19 et 2.41 décrivant le système complet de la Figure 2.4 peuvent être réécrites sous forme matricielle [20]

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{B}\mathbf{K} \\ \mathbf{L}\mathbf{C} & (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C} - \mathbf{B}\mathbf{K}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \hat{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{G} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} w(t). \quad (2.46)$$

Les valeurs propres de ce système en boucle fermée sont données par

$$\begin{vmatrix} \lambda\mathbf{Id} - \mathbf{A} & \mathbf{B}\mathbf{K} \\ -\mathbf{L}\mathbf{C} & \lambda\mathbf{Id} - (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C} - \mathbf{B}\mathbf{K}) \end{vmatrix} = 0. \quad (2.47)$$

En utilisant la propriété permettant d'ajouter à une colonne, respectivement à une ligne, une combinaison linéaire des autres colonnes, respectivement des autres lignes, sans modifier le déterminant, ce dernier peut être réarrangé pour donner

$$\begin{vmatrix} \lambda\mathbf{Id} - \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K} & \mathbf{B}\mathbf{K} \\ \mathbf{0} & \lambda\mathbf{Id} - (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C}) \end{vmatrix} = 0, \quad (2.48)$$

soit

$$|\lambda\mathbf{Id} - (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})| \cdot |\lambda\mathbf{Id} - (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})| = 0. \quad (2.49)$$

L'équation 2.49 illustre le principe de séparation puisque pour le système en boucle fermée, les pôles du système contrôlé et ceux de l'observateur sont indépendants les uns des autres. Ils restent inchangés lorsque ces deux sous-systèmes sont placés l'un après l'autre. Si le système est observable, il est toujours possible de trouver un \mathbf{L} donnant les valeurs propres désirées pour $(\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})$. La stabilité du système total en boucle fermée est assurée si les pôles de l'observateur et ceux du système contrôlé sont stables. Une fois l'observateur réalisé, le contrôleur peut alors être conçu comme si tous les états du système étaient mesurés.

Une méthode classique permettant de trouver les gains du vecteur de l'observateur \mathbf{L} est la méthode de placement de pôles. Elle est la même que pour la détermination des gains du contrôleur mais appliquée à $(\mathbf{A}^t - \mathbf{C}^t\mathbf{L}^t)$. En effet, les valeurs propres de $(\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})$ sont les mêmes que celles de sa transposée $(\mathbf{A}^t - \mathbf{C}^t\mathbf{L}^t)$. De plus, d'après le principe de dualité, si la paire $(\mathbf{A}^t, \mathbf{C}^t)$ est commandable, alors la paire (\mathbf{A}, \mathbf{C}) est

observable. Il est donc possible d'imposer les valeurs propres de $(\mathbf{A}^t - \mathbf{C}^t \mathbf{L}^t)$ et donc celles de $(\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})$ avec la méthode de placement de pôles proposée au paragraphe 2.5.2. Pour que l'observateur estime correctement l'état du système et que la boucle de contrôle soit efficace, il est nécessaire qu'il soit plus rapide que l'ensemble de la boucle. Les pôles de l'observateur sont donc habituellement choisis avec une partie réelle de deux à six fois plus grande, en valeur absolue, à celles du système contrôlé. Une seconde méthode appelée estimateur quadratique linéaire (LQE) consiste à minimiser une fonction de coût calculée à l'aide de l'état estimé et de la commande. Cette technique est similaire à la synthèse de contrôleur par la méthode Linéaire Quadratique. Dans ce cas, un compromis doit être fait entre la rapidité de l'observateur et la précision de l'estimation. Cette méthode possède comme principal avantage de prendre en compte le fait que le système observé est potentiellement perturbé.

2.6 Discrétisation temporelle du modèle

En Physique, la modélisation des structures se fait naturellement dans le domaine temporel continu. Cependant, dans le domaine du contrôle actif, il s'avère utile de réaliser une implémentation numérique du système de contrôle. Préférer ce type d'implémentation à une réalisation analogique possède plusieurs avantages discutés dans la suite. Certaines méthodes d'intégration numérique permettent de simuler dans le domaine discret la dynamique d'un système à partir de modèles continus. Elles permettent de résoudre les équations différentielles ordinaires représentant le système étudié. La puissance de calcul offerte par les processeurs actuels permet l'utilisation directe de ces schémas dans un système de contrôle numérique. L'état continu du système est alors simulé grâce à ces méthodes numériques telles que la méthode d'Euler ou la méthode de Runge-Kutta. Le choix de ces méthodes dépend du type de contrôleur utilisé. Cependant, si ces schémas sont adaptés aux simulations, ils le sont moins à l'implémentation numérique de contrôleurs supposés réaliser des calculs rapides. En effet, ces méthodes de résolution, même si souvent plus précises, restent gourmandes en temps de calcul. La discrétisation du modèle continu de la structure contrôlée est donc une étape essentielle pour l'implémentation numérique d'un système de contrôle. Deux approches peuvent être suivies. La première consiste à utiliser un modèle discret de la structure dès le début de sa modélisation. Toutes les étapes de conception et de choix des gains de contrôle et d'estimation se font dans le domaine temporel discret. La deuxième consiste à réaliser la conception du contrôleur à l'aide du modèle continu de la structure. Le système de contrôle est ensuite discrétisé avant d'être implémenté numériquement. Différentes méthodes permettent d'obtenir un modèle discrétisé à partir d'un modèle continu. Il est important de noter que la discrétisation d'un modèle introduit inévitablement une approximation supplémentaire dans la modélisation de la structure. Une des méthodes souvent utilisées consiste à discrétiser un système continu en considérant qu'il est précédé par un reconstituteur de signal analogique. Le bloqueur d'ordre zéro est le convertisseur numérique-analogique le plus utilisé en automatique. Il fixe la valeur du signal analogique à celle de l'échantillon durant toute la période d'échantillonnage avant de passer

à celle de l'échantillon suivant. D'autres reconstituteurs peuvent être utilisés comme par exemple le bloqueur d'ordre un. Le modèle discret obtenu peut être étudié dans le domaine fréquentiel en lui appliquant la transformée en Z. Une autre méthode, assurant une meilleure correspondance entre les domaines fréquentiels continu et discret consiste à partir de la transformée de Laplace des équations temporelles du système à discrétiser. La méthode de Tustin, aussi appelée transformation bilinéaire, est ensuite utilisée pour réaliser un mapping entre les domaines fréquentiels continu et discret. Pour donner l'équation discrète temporelle du système, une simple transformée en Z inverse peut être utilisée. La méthode appliquée ici est celle utilisant un bloqueur d'ordre zéro. 2.50 rappelle la forme générale du système d'équations représentant un système contrôlé et non perturbé dans l'espace d'état.

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (2.50)$$

L'objectif de la discrétisation est de transformer ce système linéaire à temps continu en un système linéaire à temps discret de période d'échantillonnage T_s . L'entrée u_d et la sortie y_d de ce système sont alors des variables discrètes en temps telles que

$$\begin{cases} u_d(k) = u(kT_s) \\ y_d(k) = y(kT_s) \end{cases} \quad (2.51)$$

La sortie $y_d(k)$ est donnée en pratique par un convertisseur analogique/numérique à la période d'échantillonnage T_s . Le bloqueur d'ordre zéro utilisé dans ce cas permet de passer en pratique du signal d'entrée discret $u_d(k)$ au signal d'entrée continu $u(t)$ en imposant $u(t) = u_d(k)$ pour $kT_s \leq t < (k+1)T_s$. La commande $u(t)$ est donc une fonction en escalier dont les marches possèdent une durée de T_s . Pour obtenir le système d'équation du système discret correspondant, il est nécessaire de connaître la solution de la première équation de 2.50. Pour cela il faut pré-multiplier cette équation par l'exponentielle de la matrice $-\mathbf{A}t$ puis l'intégrer. La première étape donne

$$e^{-\mathbf{A}t}\dot{\mathbf{x}}(t) = e^{-\mathbf{A}t}\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + e^{-\mathbf{A}t}\mathbf{B}u(t). \quad (2.52)$$

Or

$$\frac{d}{dt}(e^{-\mathbf{A}t}) = -\mathbf{A}e^{-\mathbf{A}t} = -e^{-\mathbf{A}t}\mathbf{A}. \quad (2.53)$$

L'équation 2.52 peut donc être réécrite

$$\frac{d}{dt}(e^{-\mathbf{A}t}\mathbf{x}(t)) = e^{-\mathbf{A}t}\mathbf{B}u(t), \quad (2.54)$$

puis intégrée entre 0 et t pour donner

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}t}\mathbf{x}(0) + \int_0^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)}\mathbf{B}u(\tau)d\tau, \quad (2.55)$$

solution du modèle continu. Afin de discrétiser le modèle, les mêmes notations que dans 2.51 sont utilisées pour le vecteur d'état qui est noté en discret $\mathbf{x}_d(k) = \mathbf{x}(kT_s)$ lorsque $kT_s \leq t < (k+1)T_s$. L'équation 2.55 devient alors

$$\mathbf{x}_d(k) = e^{\mathbf{A}kT_s} \mathbf{x}_d(0) + \int_0^{kT_s} e^{\mathbf{A}(kT_s-\tau)} \mathbf{B}u(\tau) d\tau. \quad (2.56)$$

Au pas suivant, 2.56 devient

$$\mathbf{x}_d(k+1) = e^{\mathbf{A}((k+1)T_s)} \mathbf{x}_d(0) + \int_0^{(k+1)T_s} e^{\mathbf{A}((k+1)T_s-\tau)} \mathbf{B}u(\tau) d\tau, \quad (2.57)$$

qui se réécrit

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_d(k+1) = e^{\mathbf{A}T_s} & \left[e^{\mathbf{A}kT_s} \mathbf{x}_d(0) + \int_0^{kT_s} e^{\mathbf{A}(kT_s-\tau)} \mathbf{B}u(\tau) d\tau \right] \\ & + \int_{kT_s}^{(k+1)T_s} e^{\mathbf{A}((k+1)T_s-\tau)} \mathbf{B}u(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (2.58)$$

Or, puisqu'un bloqueur d'ordre zéro est utilisé et d'après 2.51, $u(\tau)$ est constant égale à $u_d(k)$ lorsque τ varie de kT_s à $(k+1)T_s$. Après avoir appliqué le changement de variable $\tau' = (k+1)T_s - \tau$, le système discret représentant la structure contrôlée s'écrit

$$\begin{cases} \mathbf{x}_d(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}_d(k) + \mathbf{B}_d u_d(k) \\ y_d(k) = \mathbf{C}_d \mathbf{x}_d(k) \end{cases}, \quad (2.59)$$

avec \mathbf{A}_d , \mathbf{B}_d et \mathbf{C}_d les matrices d'état discrètes données par

$$\begin{cases} \mathbf{A}_d = e^{\mathbf{A}T_s} \\ \mathbf{B}_d = \int_0^{T_s} e^{\mathbf{A}\tau'} \mathbf{B} d\tau' = \mathbf{A}^{-1} (e^{\mathbf{A}T_s} - \mathbf{Id}) \mathbf{B} \\ \mathbf{C}_d = \mathbf{C} \end{cases}. \quad (2.60)$$

Il est important de noter que le vecteur d'état discret $\mathbf{x}(k)$ n'est pas le même que pour le système continu. Les pôles du système ne se représentent donc pas de la même manière en continu et en discret. Alors que pour un système continu les pôles sont donnés dans le plan s comme sur la Figure 2.3, les pôles d'un système discret se représentent dans le plan z . Le passage d'un plan à l'autre est donné par

$$z = e^{sT_s}. \quad (2.61)$$

En fonction de la période d'échantillonnage choisie, les pôles dans le plan z se répartissent plus ou moins autour du cercle unité. La Figure 2.5 donne les zones de stabilité de ces deux plans qui pour le plan z correspond à la zone où les pôles possèdent un module inférieur à 1.

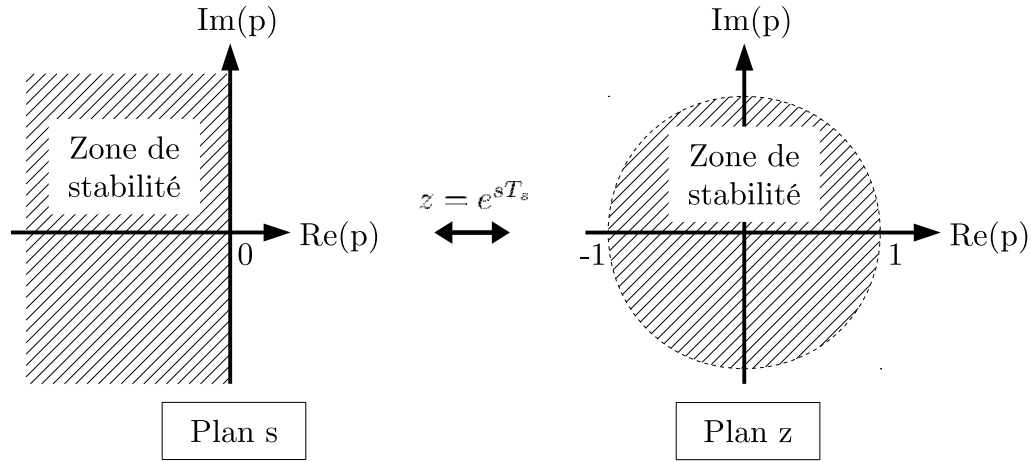


FIGURE 2.5 – Équivalence entre le plan s et le plan z.

2.7 Avantages d'une implémentation numérique

Le principal avantage des systèmes de contrôle numériques est leur adaptabilité [39]. En effet, il est souvent pratique de pouvoir ajuster les valeurs des coefficients d'un système de contrôle pour s'adapter aux changements du système ou simplement pour tester de nouvelles configurations de contrôle. Enfin le coût de ce type d'implémentation est aujourd'hui tout à fait acceptable.

2.8 Période d'échantillonnage

Le choix de la période d'échantillonnage d'un système est très important pour son bon fonctionnement. Plusieurs critères permettent de définir l'échantillonnage nécessaire pour atteindre les objectifs du contrôle. Le premier est le théorème de Shannon. Celui-ci stipule que la fréquence d'échantillonnage d'un système doit être au moins supérieure à 2 fois la plus haute fréquence que l'on souhaite contrôler afin d'éviter l'apparition de phénomènes tel que le repliement de spectre. Un deuxième critère est donné par l'approximation du signal continu lors de la discretisation. Pour assurer un calcul fiable de l'opérateur dérivé en discret, la fréquence d'échantillonnage doit être au moins 10 fois supérieure à la plus haute fréquence d'intérêt. Un autre critère à prendre en compte est celui de l'acoustique. En effet l'étude suivante s'attache à contrôler des vibrations afin de modifier les sons d'instruments. En utilisant une méthode de bloqueur d'ordre zéro comme précédemment décrit, le signal de commande donné par le système de contrôle est formé par des marches qui constituent un signal continu par morceaux [90]. La discontinuité périodique de ce signal introduit donc une fréquence parasite dans le

signal reconstruit. De plus cette fréquence est susceptible d'exciter involontairement des résonances non contrôlées de la structure. Le système peut alors être instable. Si cette fréquence est en dessous de $20kHz$, considérée comme la limite de la perception humaine, il est probable qu'elle introduise un bruit audible dans le signal de commande. Afin d'éviter cela deux méthodes peuvent être appliquées. L'utilisation de filtres qui réduisent du même coup la bande de fréquence sur laquelle la commande peut avoir un effet et introduisant un déphasage supplémentaire au système, ou, fixer la fréquence d'échantillonnage au dessus de la fréquence d'audition.

2.9 Effet du retard sur le contrôle

Un des effets les plus gênant dans une boucle de contrôle est le décalage de phase [43]. Ce dernier peut être dû à la dynamique limitée d'un transducteur ou au retard temporel du système de contrôle. Lorsque ce dernier est implémenté de manière numérique, le retard temporel qu'il génère est prédominant et dépend de la manière dont l'algorithme de contrôle est implémenté. Cela a pour effet de modifier la fonction de transfert du système contrôlé. La Figure 2.6 représente un système contrôlé simple avec $G(s)$ et

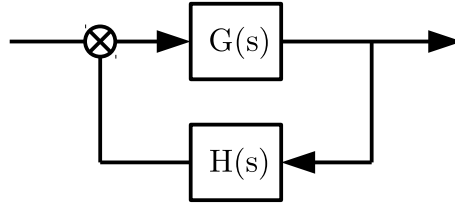


FIGURE 2.6 – Boucle de contrôle basique.

$H(s)$ les fonctions de transfert du système à contrôler et du contrôleur données par

$$\begin{cases} G(s) = \frac{1}{Ms^2 + Cs + K} \\ H(s) = g_a s^2 + g_v s + g_d \end{cases}, \quad (2.62)$$

avec M , C , K les termes de masse, d'amortissement et de raideur du système et g_a , g_v et g_d les gains de contrôle associés au contrôleur. La fonction de transfert du système contrôlé est alors

$$G_c(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{1}{(M + g_a)s^2 + (C + g_v)s + (K + g_d)}. \quad (2.63)$$

Si le retard temporel du contrôleur numérique est pris en compte, sa fonction de transfert devient

$$H(s) = e^{-s\tau}(g_a s^2 + g_v s + g_d). \quad (2.64)$$

avec τ le retard dû au système numérique. Il est possible d'approximer la fonction de transfert de ce retard par

$$e^{-s\tau} = e^{-j\omega\tau} \approx 1 - j\omega\tau, \quad (2.65)$$

pour $\omega\tau \ll 1$, puisque ce retard est souvent faible. La fonction de transfert du système contrôlé devient alors

$$G_c(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{1}{M's^2 + C's + K'}, \quad (2.66)$$

avec $M' = M + g_a - \tau g_v$, $C' = C + g_v - \tau g_d - s^2 \tau g_a$ et $K' = K + g_d$. La raideur effective du système contrôlé n'est donc, au premier ordre, pas affectée par le retard du système de contrôle numérique. Le terme de masse effective est faiblement affecté par le retard τ puisque le terme τg_v reste souvent faible devant les termes de masse. Enfin le terme d'amortissement est le plus affecté par ce retard et qui plus est de façon dépendante de la fréquence. Pour un contrôle modal, ce retard aura donc pour conséquences de modifier principalement l'amortissement modal de la structure contrôlée et de manière moindre sa fréquence propre. Si cette modification est trop importante, le système peut se révéler instable.

2.10 Spillover

Le spillover est l'aspect le plus critiqué du contrôle actif modal. Il correspond à l'effet des modes non modélisés sur le contrôle et est décrit dans de nombreux ouvrages [43, 90, 72]. Il est en effet impossible de modéliser une structure par un nombre infini de modes et il est souvent préférable, pour des raisons de capacité de calculs de réduire au maximum ce nombre. Dans ce cas, il est possible de séparer la représentation du système étudié en deux parties, une représentant les modes modélisés par le système de contrôle et dont le vecteur d'état est noté $\mathbf{x}_m(t)$ et une seconde représentant les modes non modélisés appelés modes résiduels dont le vecteur d'état est noté $\mathbf{x}_r(t)$. Les équations représentant le système complet peuvent alors s'écrire

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_m(t) \\ \dot{\mathbf{x}}_r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_m & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_m(t) \\ \mathbf{x}_r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_m \\ \mathbf{B}_r \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{G}_m \\ \mathbf{G}_r \end{bmatrix} w(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_m & \mathbf{C}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_m(t) \\ \mathbf{x}_r(t) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (2.67)$$

Cette reformulation de la dynamique de la structure contrôlée révèle deux sources possible de spillover. La première est appelée spillover d'observation et provient du terme $\mathbf{C}_r \mathbf{x}_r(t)$ présent dans le signal mesuré $y(t)$. Ce spillover est dû au fait que ce signal mesure la vibration de tous les modes excités par la perturbation et non uniquement ceux modélisés par le système de contrôle. La seconde est appelée spillover de contrôle et provient du terme $\mathbf{B}_r u(t)$. Ce spillover représente le fait que les modes résiduels peuvent être excités par la commande du système de contrôle. De plus, la conception d'un système de contrôle étant réalisée sans prendre en compte ces deux phénomènes de spillover, les valeurs propres du système sont inévitablement différentes de celles du système réel et apportent donc des défauts dans le calcul des gains de contrôle et

d'observation calculés pour atteindre le contrôle ciblé. Il est important de noter que ces deux spillover sont inévitablement présents pour une structure contrôlée. Cependant un ajout d'amortissement permet de réduire efficacement les instabilités dues au spillover mais modifie la structure contrôlée en contrepartie [79, 43].

Chapitre 3

Méthodes de contrôle proposées

Le contrôle actif modal semble donc être une méthode adaptée à la modification des paramètres modaux des instruments de musique. En effet, cette méthode offre la possibilité d'appliquer des modifications fines aux caractéristiques mécaniques des instruments notamment grâce à la méthode de placement de pôles. Cependant, les applications usuelles utilisant cette méthode visent principalement à réduire la vibration de structures possédant soit des modes vibrant à forte amplitude créant de l'endommagement soit des modes fortement rayonnant créant un bruit parasite. Ces problèmes classiques sont souvent traités par une augmentation d'amortissement des modes mis en cause.

Les objectifs de l'application du contrôle actif aux instruments de musique sont différents. Le but n'est plus de réduire mais de modifier, c'est à dire d'augmenter ou de diminuer les propriétés des modes non seulement en amortissement mais également en fréquence. De plus, une des préoccupations importantes pour les fabricants d'instruments et les musiciens concerne la puissance des instruments. En effet, il est souvent intéressant d'avoir un instrument qui rayonne de manière efficace. Cette propriété physique peut se traduire mécaniquement et dans le cas des instruments à corde par l'amplitude de l'impédance au chevalet, c'est à dire par la facilité qu'à l'énergie à être transmise de la corde à la table d'harmonie. Pouvoir modifier cette amplitude permettrait donc de jouer sur la puissance des instruments. Cependant, le contrôle d'état modal ne permet pas de modifier ce paramètre relié au terme de masse modale donné dans l'équation 2.8. Un moyen d'agir sur ce terme est d'utiliser un contrôle de l'état dérivé. Une méthode d'adimensionnement et un algorithme de placement de pôle sont utilisés pour obtenir un système de contrôle stable de l'état dérivé d'une structure modélisée par plusieurs dizaines de degrés de liberté. Cependant, cette méthode ne permet pas de modifier l'amplitude des modes sans en changer les autres paramètres modaux. Pour ce faire une méthode de contrôle actif de l'état proportionnel et dérivé est proposée.

Ce chapitre vise donc dans un premier temps à introduire les étapes nécessaires à l'application du contrôle d'état dérivé. Il présente les outils utilisés pour permettre l'application de ce type de contrôle. Dans un deuxième temps, cette méthode, combinée à une méthode de contrôle d'état classique, est utilisée afin d'élargir les possibilités du contrôle et notamment de pouvoir agir sur l'amplitude des modes. Les limites de cette

démarche sont exposées et des pistes sont proposées afin d'atteindre les objectifs fixés.

3.1 Contrôle d'état dérivé

Le contrôle de l'état dérivé est une méthode de contrôle bien connue dans le domaine de l'automatique. L'idée consiste à calculer le signal de commande au sein du système de contrôle non plus à partir de l'état de la structure contrôlée mais à partir de son état dérivé. Bien que cette méthode soit assez classique en automatique, très peu de cas pratiques ont été réalisés dans le domaine du contrôle actif de vibration. Lhuillier [72, 73] propose d'utiliser cette méthode dans le cas du contrôle actif de la transparence acoustique d'une double paroi. Cependant, la démarche utilisée dans son étude n'assure pas la stabilité expérimentale du système de contrôle. Un critère est donc proposé dans ce chapitre. De plus, dans le cas de matrices d'état ayant une dynamique très large, un adimensionnement du modèle utilisé dans l'observateur permet la conception d'un contrôleur évitant certains problèmes d'échantillonnage et de précision.

3.1.1 Application au contrôle des vibrations

Le contrôle d'état dérivé modal utilise le vecteur contenant les vitesses et les accélérations modales de la structure pour calculer le signal de commande. En reprenant les notations du paragraphe 2.5, la dynamique d'un système linéaire contrôlé et soumis à une perturbation peut alors s'écrire

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{G}w(t) \\ y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \\ u(t) = -\mathbf{K}\dot{\mathbf{x}}(t) \end{cases} . \quad (3.1)$$

Afin d'assurer la stabilité du système et de pouvoir jouer sur les paramètres modaux de la structure contrôlée, une méthode de placement de pôle proposée par Abdelaziz [3, 4, 2] est utilisée. Le vecteur des gains de contrôle \mathbf{K} est obtenu grâce à l'équation

$$\mathbf{K} = \frac{\det(-\mathbf{A})}{\prod_{i=1}^n -\lambda_i} \mathbf{p}'_n, \quad (3.2)$$

avec λ_i ($i = 1, \dots, n$) l'ensemble des valeurs propres imposées à la structure et \mathbf{p}'_n défini tel que

$$\mathbf{p}'_0 = \mathbf{p}_1 \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{e}_n^t (\mathbf{A}\mathbf{R})^{-1}, \quad \mathbf{p}'_i = \mathbf{p}'_{i-1} (\mathbf{A} - \lambda_i \mathbf{Id}_n), \quad i = 1, \dots, n, \quad (3.3)$$

où $\mathbf{R} = (\mathbf{B} \quad \mathbf{A}\mathbf{B} \quad \mathbf{A}^2\mathbf{B} \dots \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B})$ est la matrice de contrôlabilité, $\mathbf{e}_n = [0, \dots, 0, 1]^t$ et $\mathbf{p}_1 = \mathbf{e}_n^t \mathbf{R}^{-1}$. D'après 3.1, la fonction de transfert du système contrôlé entre la mesure $y(t)$ et la perturbation $w(t)$ s'écrit dans le domaine fréquentiel

$$\frac{Y(s)}{W(s)} = \mathbf{C} [s(\mathbf{Id}_n + \mathbf{B}\mathbf{K}) - \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{G}, \quad (3.4)$$

avec pour rappel $s = j\omega$. Il est important de noter que cet algorithme de placement de pôles ne peut être utilisé que sous certaines conditions. La première est que le terme $\det(-\mathbf{A})$ dans 3.2 doit être non nul. Cette condition est remplie grâce à la modélisation modale de la structure. La seconde condition est que la matrice de contrôlabilité \mathbf{R} doit être de rang plein. Pour des systèmes possédant un large nombre de degrés de liberté, cette condition n'est pas toujours remplie. La section suivante propose une méthode originale utilisant un modèle adimensionné en temps permettant l'application de cet algorithme à de tels systèmes.

3.1.2 Adimensionnement

3.1.2.1 Motivations d'un adimensionnement

Deux raisons principales peuvent mener à l'utilisation d'un modèle adimensionné en temps. La première, citée dans la section précédente, concerne la taille du modèle utilisé. Pour des structures complexes, les matrices utilisées pour la modélisation peuvent être de grande taille. De plus, pour éviter les effets de spillover, un ordre élevé doit être choisi pour la modélisation de la structure contrôlée. Dans ce cas, les matrices d'état sont souvent mal conditionnées à cause des valeurs des paramètres modaux. L'utilisation d'algorithme de placement de pôles peut alors imposer de larges gains pour le vecteur de contrôle \mathbf{K} et aboutir à de sérieux problèmes de sensibilité pour le signal de commande. Le second intérêt de l'adimensionnement concerne la fréquence d'échantillonnage nécessaire pour l'utilisation d'un contrôle de l'état dérivé. En effet, pour appliquer ce type de contrôle sans obtenir les effets d'échantillonnages indésirables discutés dans la section 2.8, la fréquence d'échantillonnage utilisée dans le système de contrôle doit être très élevée. L'utilisation de hautes fréquences d'échantillonnage a également un effet sur la contrôlabilité du système. Par exemple le fait de sur-échantillonner un signal provoque énormément de bruit sur le calcul des dérivées [21]. En présence de ces deux cas, l'utilisation d'un modèle adimensionné en temps est nécessaire. En choisissant correctement la constante d'adimensionnement, ce dernier est utilisé pour simuler le contrôle sur un système contrôlable et ensuite appliqué à une structure réelle.

3.1.2.2 Modèle adimensionné

Il est important de noter que la méthode d'adimensionnement du modèle est ici présentée dans le cas d'un contrôle d'état dérivé mais qu'elle peut être appliquée de la même manière à un contrôle d'état classique.

L'établissement du modèle adimensionné débute par la première équation de 3.1

$$\ddot{\mathbf{q}}(t) = -\Omega^2 \mathbf{q}(t) - 2\Xi \Omega \dot{\mathbf{q}}(t) + g_a \mathbf{\Pi}^a u(t) + \mathbf{\Pi}^w w(t), \quad (3.5)$$

avec pour rappel $\mathbf{q}(t)$ le vecteur des déplacements modaux du système. Le gain de l'amplificateur de l'actionneur g_a est omis dans la suite pour simplifier les notations. Le modèle adimensionné en temps est obtenu en divisant la variable de temps t par

une constante d'adimensionnement T_0 . Cette opération donne une variable de temps adimensionnée \bar{t} définie par

$$\bar{t} = \frac{t}{T_0}. \quad (3.6)$$

Le choix de cette constante d'adimensionnement est discuté dans la suite. Les fonctions adimensionnées $\bar{\mathbf{q}}(\bar{t})$, $\bar{w}(\bar{t})$, $\bar{u}(\bar{t})$ sont ensuite arbitrairement choisies telles que

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{q}}(\bar{t}) \triangleq \mathbf{q}(\bar{t}T_0) = \mathbf{q}(t) \\ \bar{w}(\bar{t}) \triangleq w(\bar{t}T_0) = w(t) \\ \bar{u}(\bar{t}) \triangleq u(\bar{t}T_0) = u(t) \end{cases} \quad (3.7)$$

Le symbole \triangleq désigne une égalité par définition. Considérant 3.6, les opérateurs de dérivées temporelles deviennent

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} = \frac{1}{T_0} \frac{\partial}{\partial \bar{t}} \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} = \frac{1}{T_0^2} \frac{\partial^2}{\partial \bar{t}^2} \end{cases} \quad (3.8)$$

et les vitesses et accélérations modales peuvent s'écrire

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{q}}(t) = \frac{\partial \mathbf{q}(t)}{\partial t} = \frac{1}{T_0} \frac{\partial \mathbf{q}(t)}{\partial \bar{t}} = \frac{1}{T_0} \frac{\partial \bar{\mathbf{q}}(\bar{t})}{\partial \bar{t}} = \frac{1}{T_0} \dot{\bar{\mathbf{q}}}(\bar{t}) \\ \ddot{\mathbf{q}}(t) = \frac{\partial^2 \mathbf{q}(t)}{\partial t^2} = \frac{1}{T_0^2} \frac{\partial^2 \mathbf{q}(t)}{\partial \bar{t}^2} = \frac{1}{T_0^2} \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{q}}(\bar{t})}{\partial \bar{t}^2} = \frac{1}{T_0^2} \ddot{\bar{\mathbf{q}}}(\bar{t}) \end{cases} \quad (3.9)$$

En utilisant les fonctions adimensionnées de 3.7 et les équations de 3.9, 3.5 devient

$$\frac{1}{T_0^2} \ddot{\bar{\mathbf{q}}}(\bar{t}) = -\bar{\Omega}^2 \bar{\mathbf{q}}(\bar{t}) - \frac{2\Xi\bar{\Omega}}{T_0} \dot{\bar{\mathbf{q}}}(\bar{t}) + \bar{\Pi}^a \bar{u}(\bar{t}) + \bar{\Pi}^w \bar{w}(\bar{t}), \quad (3.10)$$

qui peut se réécrire

$$\ddot{\bar{\mathbf{q}}}(\bar{t}) = -T_0^2 \bar{\Omega}^2 \bar{\mathbf{q}}(\bar{t}) - 2T_0 \Xi \bar{\Omega} \dot{\bar{\mathbf{q}}}(\bar{t}) + T_0^2 \bar{\Pi}^a \bar{u}(\bar{t}) + T_0^2 \bar{\Pi}^w \bar{w}(\bar{t}). \quad (3.11)$$

De plus, en posant

$$\bar{\bar{\Omega}} = T_0 \bar{\Omega}, \quad (3.12)$$

3.11 devient

$$\ddot{\bar{\mathbf{q}}}(\bar{t}) = -\bar{\bar{\Omega}}^2 \bar{\mathbf{q}}(\bar{t}) - 2\Xi \bar{\bar{\Omega}} \dot{\bar{\mathbf{q}}}(\bar{t}) + T_0^2 \bar{\Pi}^a \bar{u}(\bar{t}) + T_0^2 \bar{\Pi}^w \bar{w}(\bar{t}). \quad (3.13)$$

Comme dans 3.7, le signal mesuré adimensionné est choisi tel que

$$\bar{y}(\bar{t}) \triangleq y(\bar{t}T_0) = y(t). \quad (3.14)$$

Considérant que

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{q}}(\bar{t}) \\ \frac{1}{T_0} \dot{\bar{\mathbf{q}}}(\bar{t}) \end{bmatrix} = \mathbf{M}_c \bar{\mathbf{x}}(\bar{t}), \quad (3.15)$$

avec

$$\mathbf{M}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{Id}_n & \mathbf{0}_{n,n} \\ \mathbf{0}_{n,n} & \frac{1}{T_0} \mathbf{Id}_n \end{bmatrix}, \quad (3.16)$$

3.1, 3.14 et 3.15 donnent

$$\bar{y}(\bar{t}) = \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}(\bar{t}), \quad (3.17)$$

où

$$\bar{\mathbf{C}} = \mathbf{C}\mathbf{M}_c. \quad (3.18)$$

Finalement, le système 3.1 peut se réécrire

$$\begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{x}}}(\bar{t}) = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(\bar{t}) + \bar{\mathbf{B}}\bar{u}(\bar{t}) + \bar{\mathbf{G}}\bar{w}(\bar{t}) \\ \bar{y}(\bar{t}) = \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}(\bar{t}) \\ \bar{u}(\bar{t}) = -\bar{\mathbf{K}}\dot{\bar{\mathbf{x}}}(\bar{t}) \end{cases}, \quad (3.19)$$

avec

$$\bar{\mathbf{x}}(\bar{t}) = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{q}}(\bar{t}) \\ \dot{\bar{\mathbf{q}}}(\bar{t}) \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n,n} & \mathbf{Id}_n \\ -\bar{\boldsymbol{\Omega}}^2 & -2\bar{\boldsymbol{\Xi}}\bar{\boldsymbol{\Omega}} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{B}} = T_0^2 \mathbf{B}, \quad \bar{\mathbf{G}} = T_0^2 \mathbf{G}. \quad (3.20)$$

Ce dernier système possède les mêmes propriétés que celles de 3.1. Cependant, grâce à la constante d'adimensionnement T_0 , la dynamique de la matrice $\bar{\mathbf{A}}$, au sens de l'écart de valeurs entre ses termes, peut être choisie pour assurer la contrôlabilité du système en rendant la nouvelle matrice de contrôlabilité de rang plein. Ainsi, le vecteur des gains de contrôle $\bar{\mathbf{K}}$ peut être calculé à l'aide de la méthode de placement de pôles présentée dans la section précédente. Sachant que l'utilisation d'un observateur est nécessaire pour ce type de contrôle, la section suivante décrit la mise en place d'un observateur utilisant un modèle adimensionné en temps.

3.1.2.3 Observateur d'état adimensionné en temps

La dynamique d'un observateur utilisant le modèle adimensionné en temps d'une structure peut s'écrire

$$\begin{cases} \dot{\hat{\bar{\mathbf{x}}}}(\bar{t}) = \bar{\mathbf{A}}_m \hat{\bar{\mathbf{x}}}(\bar{t}) + \bar{\mathbf{B}}_m \bar{u}(\bar{t}) + \bar{\mathbf{L}} (\bar{y}(\bar{t}) - \hat{\bar{y}}(\bar{t})) \\ \hat{\bar{y}}(\bar{t}) = \bar{\mathbf{C}}_m \hat{\bar{\mathbf{x}}}(\bar{t}) \end{cases}, \quad (3.21)$$

avec $(\bar{\mathbf{A}}_m, \bar{\mathbf{B}}_m, \bar{\mathbf{C}}_m)$ le modèle adimensionné en temps utilisé pour estimer le vecteur d'état adimensionné $\hat{\bar{\mathbf{x}}}(\bar{t})$, et $\bar{\mathbf{L}}$ le vecteur gain de l'observateur obtenu par placement de pôle afin d'assurer les caractéristiques requises de vitesse et de précision.

L'expression de $\hat{\bar{\mathbf{x}}}$ comme une fonction de $\bar{\mathbf{x}}$ et donnée dans le domaine fréquentiel peut être obtenue à partir de 3.21

$$\begin{cases} \hat{\bar{\mathbf{X}}} = \boldsymbol{\varphi} \bar{\mathbf{X}} \\ \boldsymbol{\varphi} = [\bar{s} (\mathbf{Id}_n + \bar{\mathbf{B}}_m \bar{\mathbf{K}}) - (\bar{\mathbf{A}}_m - \bar{\mathbf{L}} \bar{\mathbf{C}}_m)]^{-1} \bar{\mathbf{L}} \bar{\mathbf{C}} \end{cases}, \quad (3.22)$$

avec $\bar{s} = T_0 s$. Il est ensuite possible de relier l'état dérivé estimé et adimensionné à l'état dérivé adimensionné en fonction de φ . Finalement, la fonction de transfert du système observé et contrôlé grâce à l'état dérivé utilisant un modèle adimensionné en temps peut s'écrire

$$\frac{\bar{Y}(s)}{\bar{W}(s)} = \bar{\mathbf{C}}[\bar{s}(\mathbf{Id}_n + \bar{\mathbf{B}}\bar{\mathbf{K}}\varphi) - \bar{\mathbf{A}}]^{-1}\bar{\mathbf{G}}. \quad (3.23)$$

3.1.2.4 Structure réelle contrôlée par un système de contrôle adimensionné en temps

Comme exposé dans la section 3.1.2.2, les fonctions adimensionnées ont été choisies telles que

$$\begin{cases} \bar{y}(\bar{t}) \triangleq y(t) \\ \bar{w}(\bar{t}) \triangleq w(t) \\ \bar{u}(\bar{t}) \triangleq u(t) \end{cases} \quad (3.24)$$

En utilisant ces définitions, le modèle de la structure contrôlée peut être divisé en deux parties. La première correspond au modèle de la structure elle-même. Cette partie est modélisée par les matrices d'état classiques. Ses entrées et sorties sont respectivement $w(t)$, $u(t)$ et $y(t)$. La seconde partie correspond au système de contrôle composé de l'observateur et du contrôleur. Cette partie est modélisée à l'aide des matrices d'état adimensionnées. $\bar{y}(\bar{t})$ et $\bar{u}(\bar{t})$ sont respectivement ses entrées et ses sorties. Grâce aux définitions données par 3.24, ces deux parties peuvent être liées puisque l'entrée et la sortie du modèle de la structure ont été choisies égales respectivement à la sortie et à l'entrée du système de contrôle. La fonction de transfert de la structure réelle contrôlée par un système de contrôle adimensionné s'écrit

$$\frac{Y(s)}{W(s)} = \mathbf{C}[s(\mathbf{Id}_n + \mathbf{B}\bar{\mathbf{K}}\varphi) - \mathbf{A}]^{-1}\mathbf{G}. \quad (3.25)$$

La Figure 3.1 représente le schéma bloc de cette structure contrôlée. La partie physique du système est modélisée grâce aux matrices \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} et \mathbf{G} . Le modèle utilisé dans le système de contrôle est le modèle adimensionné construit avec les matrices $\bar{\mathbf{A}}_m$, $\bar{\mathbf{B}}_m$ et $\bar{\mathbf{C}}_m$. Les vecteurs de gains du contrôleur et de l'observateur $\bar{\mathbf{K}}$ et $\bar{\mathbf{L}}$ sont calculés à l'aide de méthodes classiques mais avec les matrices adimensionnées. D'après les équations 3.8, le passage de $\dot{\hat{\mathbf{q}}}(\bar{t})$ à $\hat{\mathbf{q}}(\bar{t})$ se fait par une intégrale dont la variable courante correspond au temps adimensionné. Cette intégrale équivalente à une division par \bar{s} dans le domaine fréquentiel est donnée par $\frac{1}{T_0} \int d\bar{t}$ dans la Figure 3.1.

3.1.2.5 Adimensionnement et système discret

Dans les sections précédentes, la conception du système de contrôle est réalisée en utilisant la formulation continue. Comme précisé dans la section 2.6, il est souvent utile d'utiliser un modèle discrétisé en temps de la structure à contrôler pour assurer aussi bien la précision que la rapidité du système de contrôle. La méthode décrite dans

choisie pour le modèle discret s'exprime dans le cas adimensionné par

$$\bar{z} = e^{\bar{s}T_s} = e^{sT_0T_s} \quad (3.26)$$

Cette équation exprime le fait que le modèle adimensionné simule une nouvelle période d'échantillonnage T_0T_s . En choisissant correctement la constante d'adimensionnement il devient possible d'utiliser une grande période d'échantillonnage T_s .

La représentation d'un système discrétisé est la même que celle du schéma de la Figure 3.1. Les matrices du système continu sont simplement remplacées par les matrices discrétisées. Dans le domaine fréquentiel, le bloc d'intégration continu $\frac{1}{sT_0}$ est simplement remplacé par un bloc de retard z^{-T_0} .

3.1.2.6 Choix de la constante d'adimensionnement

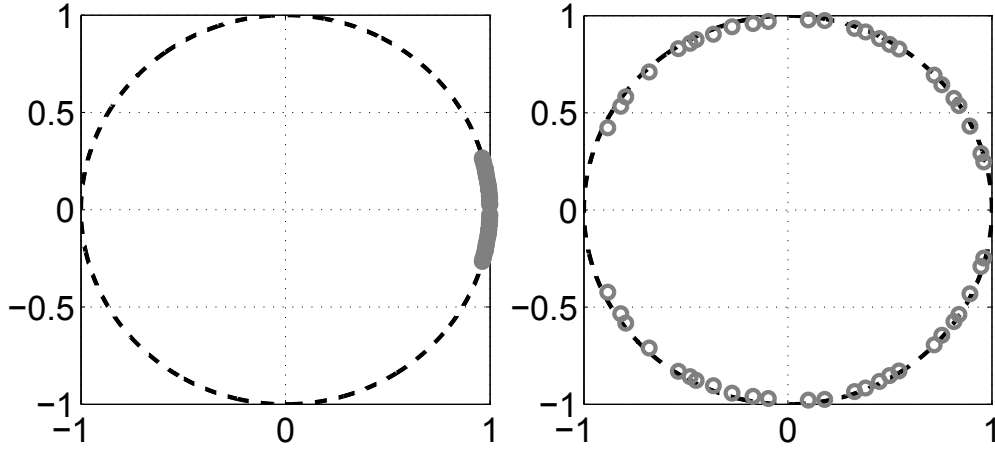
Le contrôle actif appliqué à des structures telles que des instruments de musique nécessite un système de contrôle travaillant avec une haute fréquence d'échantillonnage $\frac{1}{T_s}$ choisie pour respecter les conditions détaillées dans le paragraphe 2.8. La fréquence du plus haut mode modélisé reste alors faible devant cette fréquence d'échantillonnage. Cette configuration distribue les pôles du système contrôlé dans le plan Z représenté sur la Figure 2.5 proche du point (1,0). Cela revient à suréchantillonner les signaux du système ce qui rend le calcul de ses gains peu précis et diminue donc son efficacité. La constante d'adimensionnement T_0 est alors utilisée pour distribuer les pôles du système autour du cercle unité dans le plan Z. En supposant que le facteur d'amortissement du mode de plus haute fréquence n'est pas trop important, un critère permettant de choisir la constante d'adimensionnement est de prendre T_0 tel que

$$T_0 = E\left(\frac{1}{2T_s f_{max}}\right), \quad (3.27)$$

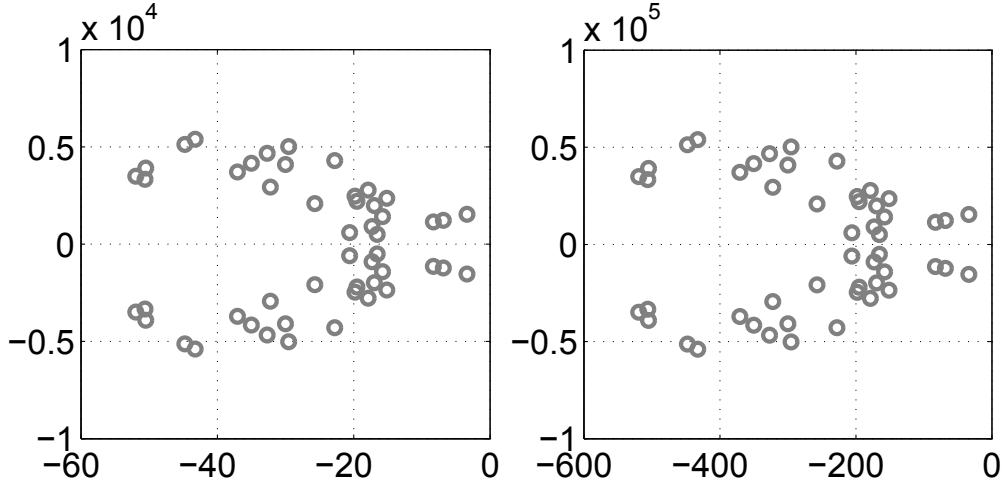
avec $E()$ désignant la partie entière, et f_{max} la fréquence du plus haut mode contrôlé. Dans ce cas, le pôle de ce dernier se trouve proche du point (-1,0) dans le plan Z et les pôles des autres modes sont répartis entre ce point et le point (1,0) autour du cercle unité. Seule la moitié du rapport des fréquences est utilisée pour trouver cette constante afin de répartir les pôles entre 0 et π et non entre 0 et 2π autour du cercle unité. Les calculs des gains du système permettent alors plus de précision et donc un contrôle efficace. La Figure 3.2a représente les pôles dans le plan Z d'un système discrétisé avec une grande fréquence d'échantillonnage avant et après l'adimensionnement et en utilisant le critère précédent pour le choix de T_0 . L'équivalence de cet adimensionnement dans le plan S est présentée sur la Figure 3.2b pour comparaison. Pour résumer, l'adimensionnement adapte la bande de fréquence correspondant au modèle de la structure contrôlée à la fréquence d'échantillonnage du système de contrôle.

3.2 Contrôle de l'amplitude modale

Les techniques présentées dans les sections précédentes permettent de contrôler efficacement deux des paramètres définissant les modes d'une structure. Grâce à ces



a Représentation dans le plan Z des pôles d'un système non adimensionné (gauche) et adimensionné (droite) modélisant 25 modes.



b Représentation dans le plan S des pôles d'un système non adimensionné (gauche) et adimensionné (droite) modélisant 25 modes.

FIGURE 3.2 – Pôles d'un système non adimensionné et adimensionné modélisant 25 modes.

méthodes, les fréquences et les facteurs d'amortissement modaux peuvent être modifiés dans les limites de stabilité du modèle utilisé. Cependant, la connaissance de sa déformée modale est nécessaire pour définir totalement un mode de vibration. Le contrôle des déformées modales n'est pas abordé dans cette thèse mais des études traitant de ce sujet sont données dans [64]. Il est néanmoins intéressant de remarquer que la norme de ces déformées est classiquement et arbitrairement fixée de telle manière que les termes de masse modale soient unitaires comme c'est le cas dans la section 2.2. Les amplitudes de vibration des modes de la structure dépendent alors du point d'application de l'excitation ainsi que de la force appliquée à la structure comme en rend compte le terme

$\Pi^w w(t)$ dans 2.16. Dans certaines études d'acoustique instrumentale, la modélisation de ces amplitudes est différente. Dans [29, 92], Christensen et Richardson utilisent les notions d'aire effective et de masse effective pour rendre compte de la facilité qu'a un mode à transmettre son énergie vibratoire en énergie acoustique. Chaque mode est alors considéré comme un piston plan circulaire possédant une aire dépendant du volume d'air effectivement déplacé par le mouvement du mode modélisé. La masse effective dépend quant à elle de la force appliquée à la structure ainsi que du point d'application de cette excitation. Si la perturbation est appliquée proche du ventre d'un mode, sa masse effective sera faible alors que si elle est appliquée proche d'un nœud elle sera forte. Pour les instruments à cordes, elle est souvent considérée au chevalet, lieu où les cordes excitent la table d'harmonie. La masse effective peut donc être reliée au terme de masse modale. Le contrôle de cette dernière permettrait la modification de l'amplitude de vibration des modes d'une structure. La section suivante présente une méthode visant à contrôler ces masses modales.

3.2.1 Contrôle d'état proportionnel et dérivé

Une approche modale combinant un contrôle modal d'état et d'état dérivé est étudiée pour tenter de modifier l'amplitude des modes de vibration d'une structure. À titre d'exemple, le cas d'un système à un degré de liberté est tout d'abord étudié. Le cas d'un système possédant plusieurs modes est ensuite présenté.

3.2.1.1 Modèle à 1 degré de liberté

En reprenant les notations du chapitre 2 et toujours en omettant le gain de l'amplificateur de l'actionneur g_a , l'équation représentant la dynamique d'un système à un degré de liberté perturbé et contrôlé s'écrit

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{G}w(t), \quad (3.28)$$

qui dans le cas d'un contrôle d'état, c'est à dire si $u(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t)$ donne

$$\ddot{q}(t) = -\omega^2 q(t) - 2\xi\omega\dot{q}(t) - \Pi^a(kq(t) + k'\dot{q}(t)) + \Pi^w w(t). \quad (3.29)$$

La commande est dans ce cas calculée à partir du vecteur d'état et non à partir d'un vecteur d'état estimé. Cela signifie que l'état du système est mesurable ou que l'observateur en donne une estimation parfaite. Cette hypothèse est une approximation utilisée pour simplifier la compréhension de la démarche exposée. L'équation 3.29 peut alors être réécrite

$$\ddot{q}(t) + (2\xi\omega + \Pi^a k')\dot{q}(t) + (\omega^2 + \Pi^a k)q(t) = \Pi^w w(t). \quad (3.30)$$

Cette équation montre que grâce au signal de commande, il est possible de contrôler les termes de vitesse et de déplacement et donc de modifier les termes de fréquence et d'amortissement du mode contrôlé.

Pour un contrôle d'état dérivé, c'est à dire si $u(t) = -\mathbf{K}\dot{\mathbf{x}}(t)$, 3.28 devient

$$(1 + \Pi^a k'')\ddot{q}(t) + (2\xi\omega + \Pi^a k')\dot{q}(t) + \omega^2 q(t) = \Pi^w w(t). \quad (3.31)$$

Dans ce cas, il est possible de contrôler les termes d'accélération et de vitesse. En utilisant la méthode de placement de pôles proposée dans [3], la fréquence et l'amortissement de ce système peuvent être contrôlés. L'amplitude du mode peut également être modifiée mais non sans changer un des deux paramètres précédents. Modifier le terme d'accélération dans 3.31 ne revient en effet pas à modifier la masse modale du système puisque d'après 2.10 le terme de masse modale s'applique à la fois aux termes d'accélération, de vitesse et de déplacement du mode. Pour ne modifier que l'amplitude du mode sans changer sa fréquence ni son facteur d'amortissement il est donc nécessaire de contrôler les trois termes à la fois. Une méthode originale est proposée utilisant la combinaison d'un contrôle d'état et d'état dérivé. Cette méthode est appelée la méthode de contrôle d'état proportionnel et dérivé. Elle consiste à calculer le signal de commande tel que

$$u(t) = -\mathbf{K}_1 \mathbf{x}(t) - \mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{x}}(t). \quad (3.32)$$

Avec cette commande, 3.31 devient

$$(1 + \Pi^a k'') \ddot{q}(t) + (2\xi\omega + \Pi^a k') \dot{q}(t) + (\omega^2 + \Pi^a k) q(t) = \Pi^w w(t). \quad (3.33)$$

Il est alors possible de choisir les gains de contrôle pour modifier la masse modale du système. En effet en posant

$$\begin{cases} k = \omega^2 k'' \\ k' = 2\xi\omega k'' \end{cases} \quad (3.34)$$

3.33 se factorise

$$(1 + \Pi^a k'') (\ddot{q}(t) + 2\xi\omega \dot{q}(t) + \omega^2 q(t)) = \Pi^w w(t). \quad (3.35)$$

Comme pour 2.10, 3.35 peut s'écrire

$$(\ddot{q}(t) + 2\xi\omega \dot{q}(t) + \omega^2 q(t)) = (1 + \Pi^a k'')^{-1} \Pi^w w(t). \quad (3.36)$$

Il est donc possible de contrôler seulement la masse modale du système et ainsi de ne modifier que l'amplitude du mode contrôlé. Une autre interprétation de 3.36 est que ce type de contrôle simule la modification de la perturbation. En effet, le terme $(1 + \Pi^a k'')^{-1} \Pi^w$ peut être vu comme le contrôle de l'amplitude de la perturbation. Ce sujet est développé dans la suite car constitue une limite importante de ce type de contrôle.

3.2.1.2 Modèle à n degrés de liberté

Il est ensuite possible d'utiliser cette méthode pour le contrôle d'une structure à n degrés de liberté. Il est dans ce cas préférable de présenter la démarche dans l'espace d'état. La dynamique d'un système linéaire soumis à une perturbation et à un contrôle d'état proportionnel et dérivé s'écrit dans l'espace d'état

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{G}w(t) \\ y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \\ u(t) = -\mathbf{K}_1 \mathbf{x}(t) - \mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{x}}(t) \end{cases} . \quad (3.37)$$

En utilisant la dernière équation de 3.37 la dynamique du système contrôlé peut se réécrire

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{Id}_n + \mathbf{BK}_2)^{-1} (\mathbf{A} - \mathbf{BK}_1) \mathbf{x}(t) + (\mathbf{Id}_n + \mathbf{BK}_2)^{-1} \mathbf{G}w(t), \quad (3.38)$$

donnant

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_c \mathbf{x}(t) + \mathbf{G}_c w(t), \quad (3.39)$$

avec

$$\begin{cases} \mathbf{A}_c = (\mathbf{Id}_n + \mathbf{BK}_2)^{-1} (\mathbf{A} - \mathbf{BK}_1) . \\ \mathbf{G}_c = (\mathbf{Id}_n + \mathbf{BK}_2)^{-1} \mathbf{G} \end{cases} \quad (3.40)$$

\mathbf{A}_c est la matrice de la dynamique du système contrôlé. Il est important de noter que si les conditions détaillées dans [3] sont respectées, la matrice $(\mathbf{Id}_n + \mathbf{BK}_2)$ est inversible. La fonction de transfert entre la mesure et la perturbation peut alors s'écrire

$$\frac{Y(s)}{W(s)} = \mathbf{C} (s (\mathbf{Id}_n + \mathbf{BK}_2) - (\mathbf{A} - \mathbf{BK}_1))^{-1} \mathbf{G}. \quad (3.41)$$

3.2.1.3 Contrôle d'état dérivé corrigé par un contrôle d'état

Dans l'objectif de conserver les fréquences et facteurs d'amortissement modaux de la structure non contrôlée tout en modifiant les amplitudes de ses modes, il est possible, comme dans la section précédente, de choisir les gains de contrôle tels que

$$\mathbf{A}_c = \mathbf{A}. \quad (3.42)$$

La première équation de 3.40 devient alors

$$\mathbf{A} = (\mathbf{Id}_n + \mathbf{BK}_2)^{-1} (\mathbf{A} - \mathbf{BK}_1). \quad (3.43)$$

La relation à fixer entre les vecteurs des gains de contrôle pour obtenir l'égalité de 3.42 est

$$\mathbf{K}_1 = -\mathbf{K}_2 \mathbf{A}. \quad (3.44)$$

La dynamique du système contrôlé peut alors s'écrire

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{G}_c w(t), \quad (3.45)$$

et la fonction de transfert 3.41 s'écrit

$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{W(s)} &= \mathbf{C} ((\mathbf{Id}_n + \mathbf{BK}_2) (s\mathbf{Id}_n - \mathbf{A}))^{-1} \mathbf{G} \\ &= \mathbf{C} (s\mathbf{Id}_n - \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{Id}_n + \mathbf{BK}_2)^{-1} \mathbf{G} \\ &= \mathbf{C} (s\mathbf{Id}_n - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{G}_c \end{aligned} \quad (3.46)$$

Ainsi les valeurs propres du système contrôlé restent les mêmes que celles de \mathbf{A} . Cette méthode permet donc de modifier l'amplitude de la fonction de transfert 3.46 grâce à la modification du terme \mathbf{G}_c .

3.2.2 Contrôle d'état proportionnel et dérivé à l'aide d'un observateur d'état

Comme vu précédemment, il est souvent nécessaire d'utiliser un observateur au sein du système de contrôle afin d'estimer l'état de la structure contrôlée. La dynamique de l'observateur utilisé est rappelée ici et s'écrit

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}_m \hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}_m u(t) + \mathbf{L} (y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = \mathbf{C}_m \hat{\mathbf{x}}(t) \end{cases}, \quad (3.47)$$

avec $(\mathbf{A}_m, \mathbf{B}_m, \mathbf{C}_m)$ le modèle d'état utilisé par l'observateur pour estimer le vecteur d'état $\hat{\mathbf{x}}$ et \mathbf{L} le vecteur gain de l'observateur. Dans le cas d'un contrôle d'état proportionnel et dérivé, le signal de commande est alors donné par

$$u(t) = -\mathbf{K}_2 \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) - \mathbf{K}_1 \hat{\mathbf{x}}(t), \quad (3.48)$$

et le vecteur d'état estimé peut s'écrire dans le domaine fréquentiel

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{X}} = \Psi \mathbf{X} \\ \Psi = (s(\mathbf{Id}_n + \mathbf{B}_m \mathbf{K}_2) - (\mathbf{A}_m - \mathbf{B}_m \mathbf{K}_1 - \mathbf{L} \mathbf{C}_m))^{-1} \mathbf{L} \mathbf{C} \end{cases}, \quad (3.49)$$

La dynamique du système ainsi contrôlé et observé s'écrit

$$s\mathbf{X} = \mathbf{A}_{co}\mathbf{X} + \mathbf{G}_{co}W, \quad (3.50)$$

avec

$$\begin{cases} \mathbf{A}_{co} = (\mathbf{Id}_n + \mathbf{B} \mathbf{K}_2 \Psi)^{-1} (\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{K}_1 \Psi) \\ \mathbf{G}_{co} = (\mathbf{Id}_n + \mathbf{B} \mathbf{K}_2 \Psi)^{-1} \mathbf{G} \end{cases}. \quad (3.51)$$

La fonction de transfert entre la mesure et la perturbation s'écrit alors

$$\frac{Y(s)}{W(s)} = \mathbf{C} (s(\mathbf{Id}_n + \mathbf{B} \mathbf{K}_2 \Psi) - (\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{K}_1 \Psi))^{-1} \mathbf{G}. \quad (3.52)$$

En supposant que Ψ est inversible, en posant $\mathbf{K}_1 = -\mathbf{K}_2 \Psi \mathbf{A}_m \Psi^{-1}$ et en supposant que $\mathbf{A}_m = \mathbf{A}$ alors $\mathbf{A}_{co} = \mathbf{A}$. Les valeurs propres du système contrôlé et observé sont donc celles de \mathbf{A} . Le contrôle appliqué simule alors la modification de l'amplitude de la perturbation comme le montre la fonction de transfert entre la mesure et la perturbation qui s'écrit

$$\frac{Y(s)}{W(s)} = \mathbf{C} ((\mathbf{Id}_n + \mathbf{B} \mathbf{K}_2 \Psi) (s\mathbf{Id}_n - \mathbf{A}))^{-1} \mathbf{G} = \mathbf{C} (s\mathbf{Id}_n - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{G}_{co}. \quad (3.53)$$

3.2.2.1 Principe de séparation pour le contrôle d'état proportionnel et dérivé

Le système contrôlé par une méthode de contrôle d'état proportionnel et dérivé est modélisé par les équations de 3.37 et 3.47. En posant $\mathbf{e}(t) = (\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t))$ l'erreur entre l'état réel de la structure étudiée et son état estimé, ces équations peuvent s'exprimer sous forme matricielle dans le cas où les matrices du modèle utilisées par l'observateur sont considérées être celles du modèle de la structure (ie. $\mathbf{A}_m = \mathbf{A}$, $\mathbf{B}_m = \mathbf{B}$, $\mathbf{C}_m = \mathbf{C}$).

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\mathbf{e}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{Id}_n + \mathbf{BK}_2)^{-1}(\mathbf{A} - \mathbf{BK}_1) & \\ & \mathbf{0}_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{e}(t) \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

Comme la matrice de 3.54 est triangulaire par bloc, les valeurs propres du système en boucle fermée sont celles des matrices de la diagonale $(\mathbf{Id}_n + \mathbf{BK}_2)^{-1}(\mathbf{A} - \mathbf{BK}_1)$ et $(\mathbf{A} - \mathbf{LC})$. Les pôles du système bouclé correspondent donc à ceux du contrôleur et de l'observateur. Cela signifie que les valeurs propres de ces deux systèmes ne sont pas modifiées lorsqu'ils sont utilisés ensemble. Il est donc possible de choisir ces pôles indépendamment les uns des autres. Cette caractéristique nommée le principe de séparation [90, 43] et bien connue pour un système de contrôle d'état classique est donc également respectée pour une méthode de contrôle d'état proportionnel et dérivé.

3.2.3 Contrôle de l'amplitude et contrôle indépendant

Le contrôle d'état proportionnel et dérivé permet donc de modifier l'amplitude de la fonction de transfert du système par l'intermédiaire du terme \mathbf{G}_{co} dans l'équation 3.53. Cependant, la deuxième égalité de 3.51 montre bien que lorsque l'amplitude d'un mode de vibration est contrôlée via le terme $(\mathbf{Id}_n + \mathbf{BK}_2\Psi)^{-1}$, tous les termes de \mathbf{G} sont affectés. De plus, tous ces termes dépendent de l'emplacement de la perturbation et ne peuvent donc pas être modifiés. Les termes de ce vecteur sont donc tous multipliés par des valeurs différentes et les amplitudes de tous les modes sont modifiées d'un facteur différent. Une méthode qui permettrait le contrôle des amplitudes des modes indépendamment les uns des autres consiste à appliquer un contrôle indépendant [43]. Dans ce cas, il est nécessaire d'utiliser un système MIMO avec autant de capteurs et d'actionneurs que de modes à contrôler. Les vecteurs \mathbf{B} et \mathbf{C} deviennent alors des matrices devant être diagonales pour assurer l'indépendance du contrôle. Cela permettrait, grâce à une matrice de gain de contrôle également diagonale, de contrôler les modes indépendamment les uns des autres. Mais cette condition est souvent difficile à respecter pour des systèmes possédant de nombreux degrés de liberté. Un moyen de se rapprocher d'un contrôle indépendant est de tenter, en choisissant la position des transducteurs, de rendre les termes du vecteur \mathbf{G} nuls sauf celui correspondant au mode à contrôler. Cependant cela n'est pas possible en pratique de manière rigoureuse puisque qu'il est

complexe de mesurer la vibration d'un seul mode sur une structure en possédant plusieurs. Des méthodes ont été développées se rapprochant de telles mesures. L'une d'entre elle consiste à réaliser un filtrage modal physique à l'aide des transducteurs [90, 43]. Les formes de ces transducteurs sont choisies pour ne mesurer qu'un seul mode de la structure. Mais dans ce cas aussi, le contrôle nécessite autant de transducteurs que de modes à contrôler. Cependant, il est possible d'utiliser les méthodes de contrôle modal sans que celui-ci soit indépendant. Le contrôle des paramètres modaux d'un mode est donc influencé par la présence des autres modes ce qui produit des erreurs, notamment sur l'amplitude des modes. Ces dernières peuvent être plus ou moins compensées en ajustant les gains de contrôle. Il est important de noter que ces erreurs sont également présentes lorsque la structure est contrôlée à l'aide d'une méthode de contrôle d'état classique.

Le contrôle de l'état dérivé et proportionnel permet donc de modifier l'amplitude des modes de vibration d'une structure. L'avantage de cette méthode est qu'en contrôlant un seul mode, l'amplitude de toute la bande de fréquence voisine est modifiée. Cette méthode se révèle donc assez puissante et adaptée à une application aux instruments de musique puisqu'elle permet d'augmenter ou de diminuer l'amplitude de l'impédance au chevalet des instruments à cordes. Les effets de cette méthode sont étudiés dans la section 5.4.

Chapitre 4

Mise en œuvre des systèmes expérimentaux

4.1 Instruments choisis comme objets d'étude

Les méthodes de contrôle utilisées dans la suite sont appliquées à trois structures différentes. La première est une table d'harmonie simplifiée à laquelle est couplée une corde et appelée monocorde. La seconde est une guitare et la troisième un violoncelle.

4.1.1 Monocorde

Les instruments de musique étant des systèmes faisant intervenir des phénomènes complexes, comme par exemple des résonances par sympathie entre certaines cordes sur un piano, le choix est fait dans un premier temps d'étudier une structure simplifiée. Cette dernière garde cependant certaines caractéristiques, comme le couplage entre une corde et une table d'harmonie, lui permettant d'être assimilée à un instrument à cordes. La Figure 4.1 représente cet instrument simplifié. Une plaque rectangulaire en bois sert de table d'harmonie. Il s'agit d'une plaque en épicéa achetée à un fournisseur de luthiers et habituellement utilisée pour fabriquer des guitares. Ses dimensions sont données dans le tableau 4.1. L'épaisseur de cette plaque est volontairement choisie légèrement

Longueur	$L = 6.10^{-1}m$
Largeur	$l = 4.10^{-1}m$
Épaisseur	$e = 4.10^{-3}m$

TABLEAU 4.1 – Dimensions de la table d'harmonie simplifiée.

supérieure à celle des tables d'harmonie classiques. Cela la rigidifie et pallie le fait qu'elle ne soit pas barrée comme celles utilisées dans la confection de guitares. Cette plaque est encastree à ses extrémités sur un bâti rigide. La condition d'encastrement est réalisée à l'aide de barres cylindriques circulaires réalisant une condition aux limites rectiligne sur les bords de la plaque. Ces barres sont fixées par des vis liées au bâti et serrées

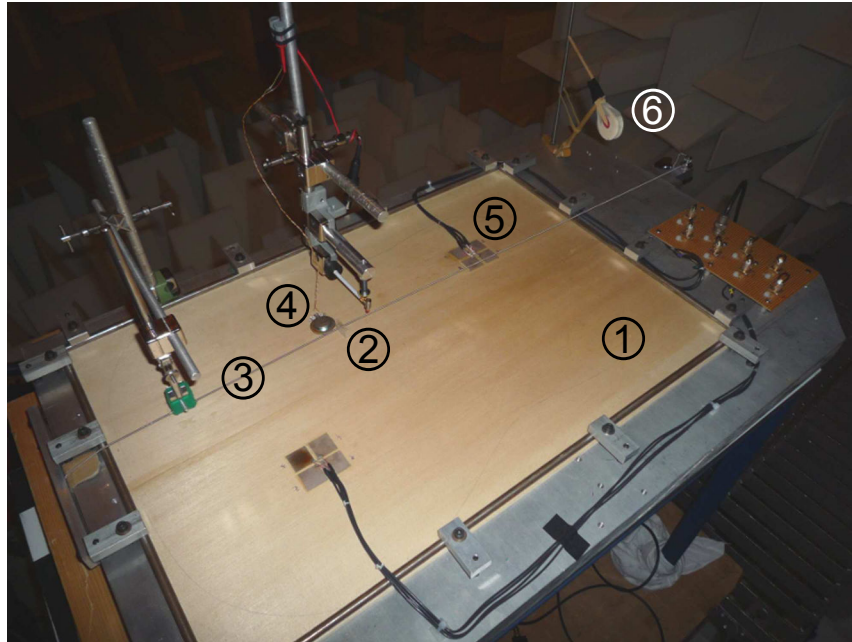
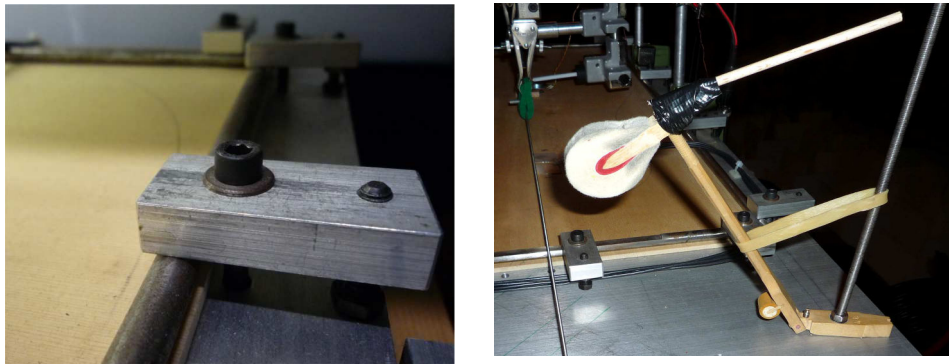


FIGURE 4.1 – Table d’harmonie simplifiée lors de mesures en chambre anéchoïque. ① Table d’harmonie encastrée sur ses bords, ② chevalet, ③ corde, ④ actionneur, ⑤ capteur, ⑥ marteau de piano.

par un dynamomètre avec une force de 1 Newton. La Figure 4.2a donne les détails de cette condition aux limites expérimentale. Cependant, le choix d’un encastrement peut



a Système de fixation utilisé pour réaliser la condition d’encastrement de la table d’harmonie. b Marteau de piano utilisé comme système d’excitation de la corde.

FIGURE 4.2 – Détails du montage expérimental de la table d’harmonie simplifiée.

être discuté. En effet, d’autres conditions aux limites auraient pu être utilisées comme par exemple une condition de bords simplement appuyés. Les conditions aux limites d’une table d’harmonie de guitare collée aux éclisses sont certainement un intermédiaire entre ces deux conditions classiques. Pour des raisons de simplicité de réalisation et de manipulation, la condition encastrée a été choisie. L’excitation de cet instrument

simplifié est réalisée grâce à une corde de guitare basse. Cela permet d'obtenir des fréquences d'excitation assez basses et par conséquent d'exciter les premiers modes de vibration de la table d'harmonie. Cette corde est reliée à la table d'harmonie par un chevalet et est tendue de manière parallèle à la table d'harmonie. Ainsi les effets de la charge appliquée par la corde sur la table d'harmonie restent faibles. Le choix de la position du chevalet sur la table d'harmonie est réalisé de manière qualitative. Une analyse modale préliminaire permet en effet de donner les modes de vibration de la table d'harmonie jusqu'à environ $1kHz$. La superposition des modes identifiés donne la position pour laquelle le maximum de modes peuvent être excités et donc la position adéquat pour le chevalet. La corde est excitée à l'aide d'un marteau de piano représenté sur la Figure 4.2b. Ce dernier est simplement lâché à partir d'une position fixe et est rattrapé à la main avant qu'il ne rebondisse. Ainsi, l'excitation de type corde frappée est étudiée pour ce montage. De plus, cette méthode, bien que très simple, permet d'obtenir des excitations ayant une bonne répétabilité démontrée dans le paragraphe 6.1.2.

4.1.2 La guitare

4.1.2.1 Fonctionnement

Une guitare est un instrument complexe constitué de nombreuses parties influençant chacune plus ou moins le son qu'elle émet [108]. Ce dernier provient de l'excitation d'une corde qui vibre avec une certaine fréquence fondamentale imposée par ses caractéristiques physiques et mécaniques. Pour permettre au son d'être transmis dans l'air, une surface rayonnante est utilisée. Dans le cas de la guitare cette surface correspond à la table d'harmonie à qui les vibrations de la corde sont transmises grâce au chevalet. Cette surface se met donc à vibrer à son tour et rayonne ainsi la vibration imposée par la corde en modulant les partiels en amplitude. D'autres phénomènes, liés au fait que la guitare possède une caisse de résonance, permettent de rayonner efficacement les basses fréquences en utilisant le principe de résonateur de Helmholtz. De nombreux autres phénomènes, comme par exemple la polarisation des cordes, ont un rôle important dans le son d'une guitare mais ne sont pas traités ici.

La guitare a été choisie comme objet d'étude pour différentes raisons. La première est sa large utilisation. En effet, la guitare est un des instruments les plus couramment joué et est familière pour beaucoup de personnes. Par conséquent, il est également aisé de se procurer cet instrument. Les guitares d'entrée de gamme sont relativement peu chères tout en ayant une qualité acceptable pour une étude scientifique. Enfin, le fonctionnement des guitares, bien que complexe, est assez bien connu [30, 31, 66, 98].

4.1.2.2 Tessiture

Un accordage normal d'une guitare classique donne les notes fondamentales du Tableau 4.2 pour ses six cordes jouées à vide. Lorsque la plus grave de ces notes est jouée à vide, on obtient un M_{i_1} soit une fréquence d'environ $82Hz$. Lorsque la plus aigüe de ces notes est jouée sur la dernière case du manche, on obtient un S_{i_4} soit une

fréquence de environ 988Hz . Il faut également noter que toutes ces notes possèdent de nombreux partiels qui ajoutent une certaine couleur au son.

Corde	Note	Fréquence [Hz]
1	$Mi_1 (E_2)$	82
2	$La_1 (A_2)$	110
3	$Ré_2 (D_3)$	147
4	$Sol_2 (G_3)$	196
5	$Si_2 (B_3)$	247
6	$Mi_3 (E_4)$	330

TABLEAU 4.2 – Accordage des notes de la guitare utilisée expérimentalement. Les fréquences sont arrondies au Hertz.

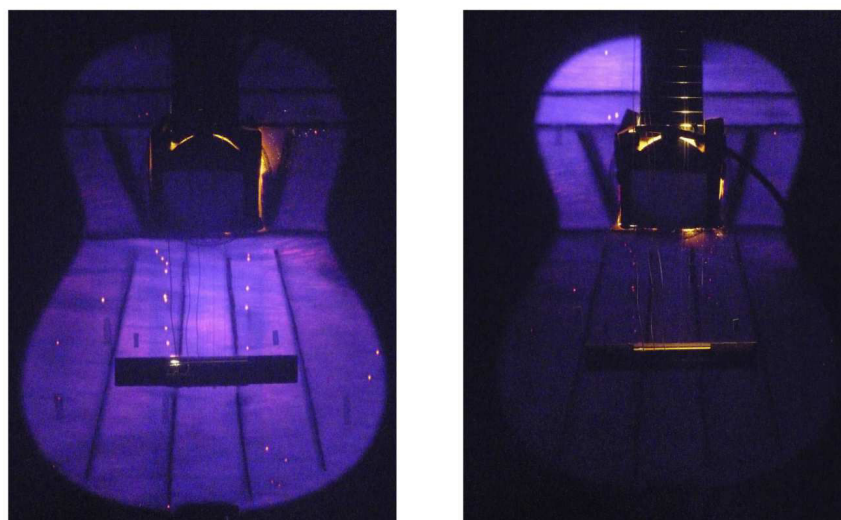
4.1.2.3 Modèle utilisé

La guitare acoustique utilisée pour cette étude est une CX40 de Yamaha qui est le modèle électroacoustique de la CS40. La Figure 4.3 représente le modèle utilisé. Bien



FIGURE 4.3 – Guitare Yamaha CX40.

que chaque partie de la guitare soit importante, celle qui nous intéresse particulièrement est la table d'harmonie puisque c'est cette dernière qui sera contrôlée dans la suite. Cette dernière est munie de barrages dont il est difficile de trouver les dimensions. Pour ce faire, une technique de transparence a été utilisée. Cette méthode consiste à introduire une source de lumière assez puissante dans la caisse de la guitare et de prendre une photo dans une pièce sans lumière avec un temps de pause assez long. Comme le montre la Figure 4.4, il est ainsi possible d'observer les dimensions et les positions des barrages.



a Barrages inférieurs de la guitare. b Barrages supérieurs de la guitare.

FIGURE 4.4 – Barrages de la guitare observés par transparence.

La Figure 4.5 et le Tableau 4.3 donnent les dimensions des barrages de la guitare.

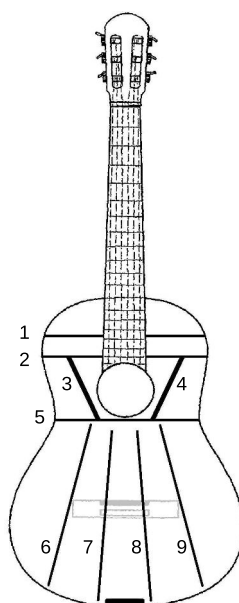


FIGURE 4.5 – Dimensions de la guitare utilisée.

Ces informations essentielles, collectées lors du stage ingénieur ICAM de Donatien Crochu, sont utilisées lors de l'étape d'optimisation des caractéristiques des transducteurs abordée dans la suite et détaillée en Annexe A.

Référence	Longueur [$\cdot 10^{-3}m$]	Largeur [$\cdot 10^{-3}m$]	Épaisseur [$\cdot 10^{-3}m$]
1	267	8	15
2	283	8	15
3	105	15	2.5
4	105	15	2.5
5	245	8	15
6	240	4	6
7	260	4	6
8	260	4	6
9	240	4	6

TABLEAU 4.3 – Dimensions des barrages de la guitare utilisée.

4.1.2.4 Montage expérimental

Les contrôles proposés dans la suite ne sont pas appliqués en conditions de jeu sur la guitare. Afin d'assurer des mesures calibrées et reproductibles, cette dernière est posée sur des mousses absorbantes au niveau du manche et sur la partie inférieure de ses éclisses. Ainsi, le fond de la caisse de la guitare reste libre. La Figure 4.6 représente la guitare lors de mesures en chambre anéchoïque.

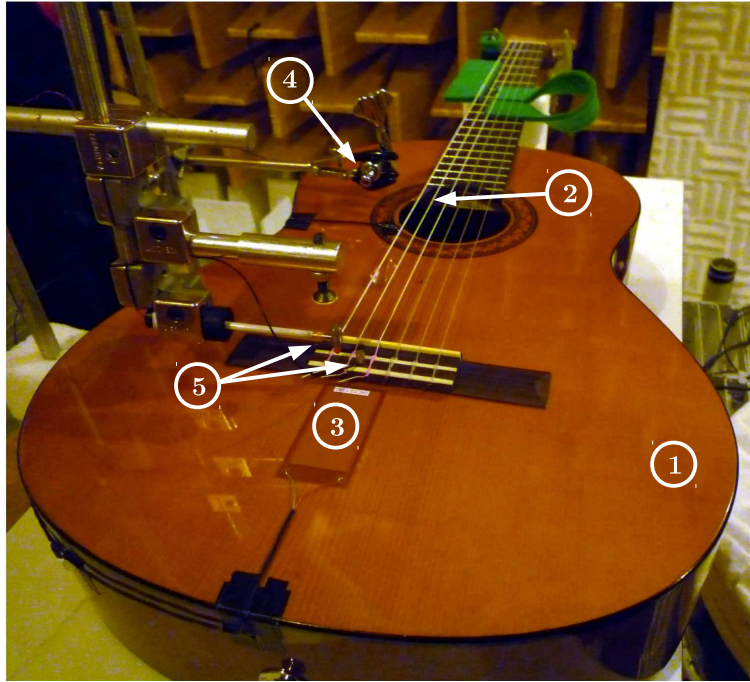


FIGURE 4.6 – Mesures en chambre anéchoïque lors du contrôle sur la guitare. ① Table d'harmonie de la guitare, ② corde de *La*, ③ patch piézoélectrique (MFC) utilisé comme capteur (l'actionneur collocalisé est fixé à l'intérieur de la guitare), ④ système permettant l'utilisation d'un fin fil de cuivre comme moyen d'excitation de la corde, ⑤ marteau d'impact et accéléromètre utilisés pour mesurer l'impédance au chevalet.

Lors des mesures, la corde choisie est excitée à l'aide d'un fin fil de cuivre. Ce dernier est accroché à la corde simplement en le passant autour. Les deux extrémités du fil sont ensuite réunies et servent à le tirer en l'appuyant sur un cylindre fixe placé en retrait de la corde. Ainsi il est possible de choisir l'orientation avec laquelle est pincée la corde. Le fait d'utiliser un fin fil de cuivre permet d'étudier une excitation de type corde pincée et d'obtenir une excitation reproductible. En effet, lorsqu'une tension est appliquée au fil de manière quasi-statique, ce dernier casse souvent pour un même effort. Ainsi, la force imposée à la corde est la même et le fait de garder la même orientation permet d'obtenir une bonne répétabilité des mesures.

Les transducteurs utilisés pour appliquer le contrôle sont collocalisés. Une étude préliminaire de l'optimisation de leur placement est décrite en annexe A et permet de déterminer que la position optimale correspondant aux cibles du contrôle se situe proche du chevalet. Le capteur est un patch piézoélectrique MFC (MicroFiber Composite). L'actionneur électrodynamique est collé à l'intérieur du corps de la guitare au même point que le capteur.

Enfin, un système comprenant un marteau d'impact et un accéléromètre est utilisé pour mesurer l'impédance au chevalet de la guitare. Les effets du contrôle sur cette impédance sont importants puisque c'est à cet endroit que la corde transmet son énergie à la table d'harmonie.

4.1.3 Le violoncelle

Le troisième instrument étudié est le violoncelle. L'application du contrôle à ce type d'instruments à cordes frottées a été particulièrement étudié par Arthur Givois lors de son stage de Master 2 ATIAM au sein du projet IMAREV. Pour cela plusieurs instruments ont été utilisés. La Figure 4.7 présente un de ces instruments. La particularité du violoncelle par rapport aux structures présentées précédemment est que l'excitation de la corde y est forcée de type corde frottée. En effet, l'archet utilisé par le musicien permet d'entretenir le mouvement de la corde et donc d'injecter de l'énergie à la table d'harmonie de manière continue. Cette particularité implique de nouveaux phénomènes détaillés dans la section 6.1.1 et qu'il peut être intéressant de contrôler. Les violoncelles utilisés lors de cette étude ont majoritairement été contrôlés en conditions de jeu. Ces dernières se sont d'ailleurs révélées importantes lors de l'établissement du contrôle puisque le corps du musicien est en contact avec l'instrument et en modifie donc les paramètres mécaniques. Les transducteurs utilisés dans ce cas sont un patch piézoélectrique MFC pour le capteur et un actionneur électrodynamique. Les positions de ces transducteurs sur la table d'harmonie du violoncelle sont choisies de manière qualitative grâce à des mesures d'impédance en divers points de la table. Cela permet d'agir sur les modes ciblés par le contrôle.

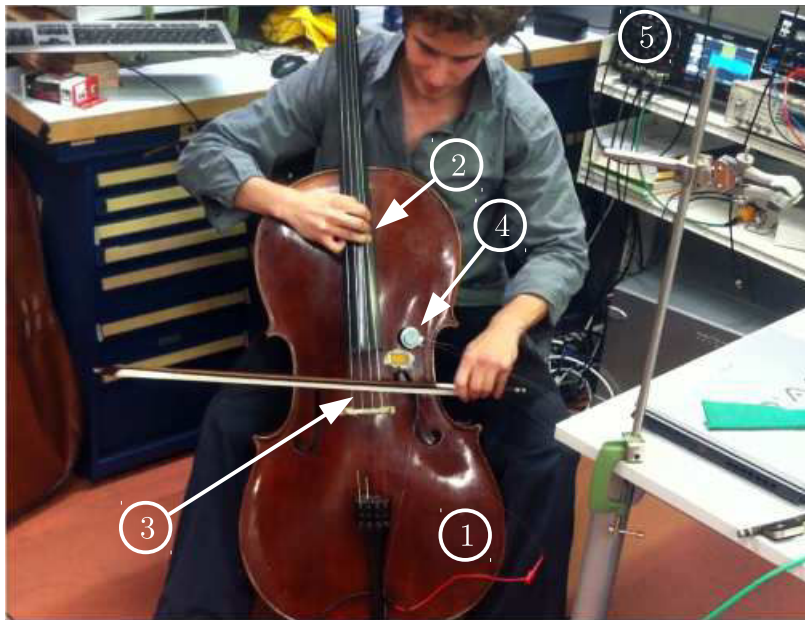


FIGURE 4.7 – Violoncelle lors de mesures en conditions de jeu ①. Le musicien joue une seule note à la fois, ici un Mi_3 ②. L'excitation est de type forcée, imposée à l'aide d'un archet ③. Relié au système de contrôle, le couple capteur/actionneur ④ permet d'agir sur l'instrument. Les effets de ce contrôle peuvent être visualisés sur un oscilloscope ⑤.

4.2 Système de contrôle

Pour chacune des structures précédentes, le système de contrôle complet peut être divisé en deux parties décrites par la Figure 4.8.

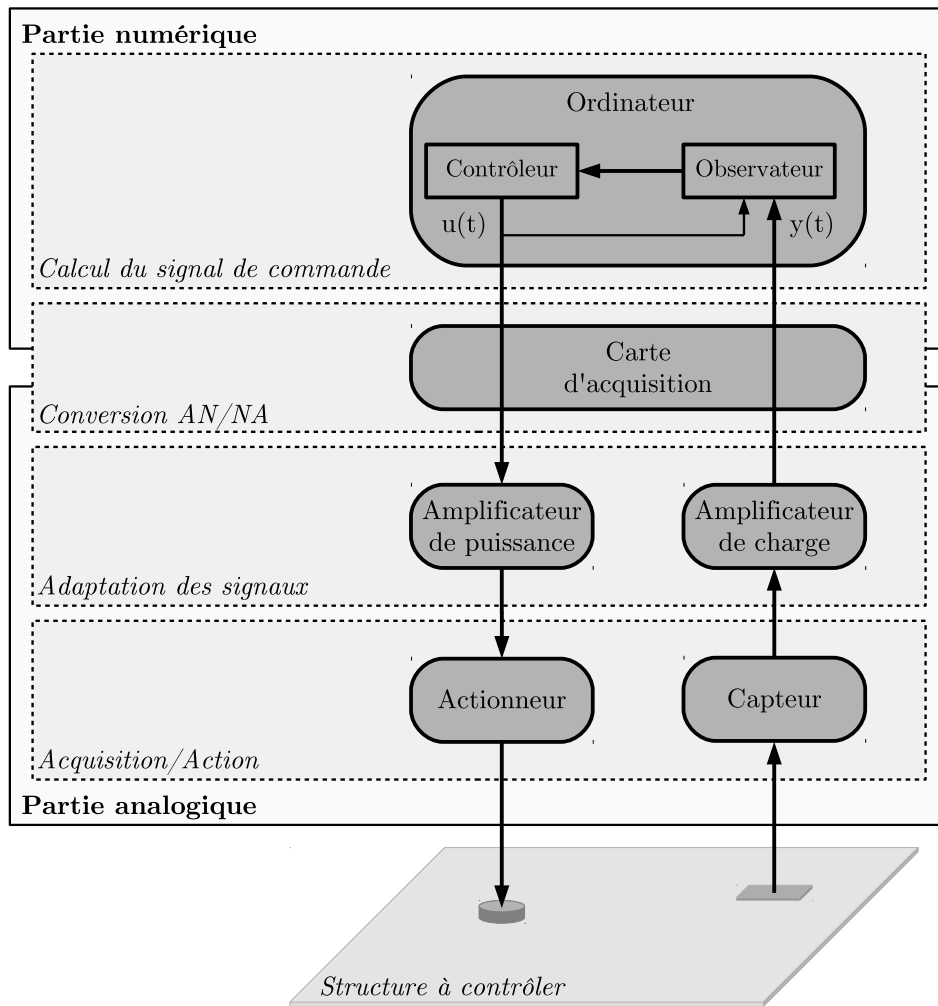


FIGURE 4.8 – Système de contrôle séparé en une partie analogique et une partie numérique.

La première partie, dite analogique, contient les capteurs et les actionneurs réalisant l'interface avec la partie physique du système. Cette dernière contient simplement la structure à contrôler. Viennent ensuite les conditionneurs qui permettent d'adapter les signaux mesurés ou envoyés. La carte d'acquisition réalise ensuite l'interface entre la partie analogique et la seconde partie dite numérique. Cette dernière contient l'observateur et le contrôleur implémenté numériquement à l'aide d'un ordinateur. Le schéma de la Figure 4.8 représente de manière générale le système de contrôle utilisé expérimentalement. L'efficacité de ce dernier dépend particulièrement de la mise en œuvre des parties *Acquisition/Action* et *Calcul du signal de commande* abordée dans la suite.

4.2.1 Transducteurs, conditionneurs et amplificateurs

Afin de contrôler les structures décrites dans la section 4.1, des capteurs et des actionneurs doivent être choisis. Plusieurs types de transducteurs sont utilisés suivant le cas. Cette section les décrit et donne certaines de leurs caractéristiques ainsi que leurs avantages et leurs inconvénients. Les caractéristiques des conditionneurs et des amplificateurs utilisés pour lier l'ensemble analogique au système de calcul numérique sont également données.

4.2.1.1 Excitateurs électrodynamiques

Les excitateurs électrodynamiques représentés sur la Figure 4.9 sont particulièrement intéressants dans le cas du contrôle actif.



FIGURE 4.9 – Excitateurs électrodynamiques de différentes dimensions.

Leurs principaux avantages sont d'être solide et de pouvoir être déplacés facilement sur la structure. En effet, une simple couche de scotch double face permet de les fixer et de les décoller facilement. Leur principal inconvénient est d'ajouter une masse non négligeable sur la structure. Cela a plusieurs conséquences. La première est de modifier les paramètres de la structure. Sur un instrument de musique, cela n'est pas souhaitable et peut modifier de manière perceptible le son ou le ressenti lié à l'instrument. De nombreuses dimensions existent pour ce type d'actionneur allant de quelques grammes à plusieurs dizaines de grammes. Pour une application aux instruments de musique type guitare, violoncelle ou violon, il est préférable d'utiliser les actionneurs les moins invasifs et par conséquent les moins lourds. Cependant ces actionneurs doivent pouvoir transmettre une énergie suffisante aux tables d'harmonie. Un compromis doit donc être fait entre la puissance qu'ils peuvent fournir et leur caractère invasif. Ceux de 8 grammes ont été utilisés pour la guitare et ceux de 15 grammes ont été utilisés pour le violoncelle. Un simple amplificateur de puissance est utilisé avec ce type d'actionneur.

4.2.1.2 Transducteurs piézoélectriques

Des transducteurs fabriqués en matériaux piézoélectriques peuvent également être utilisés pour contrôler les vibrations des structures. Un matériau piézoélectrique transforme de l'énergie mécanique en énergie électrique. Le principe de la piézoélectricité est exposé en annexe A. Un des principaux avantages de ce type de matériau est que l'effet piézoélectrique est réversible. Les patches utilisés peuvent donc servir d'actionneur ou de

capteur. Deux types de transducteurs piézoélectriques sont utilisés ici et sont présentés sur la Figure 4.10.

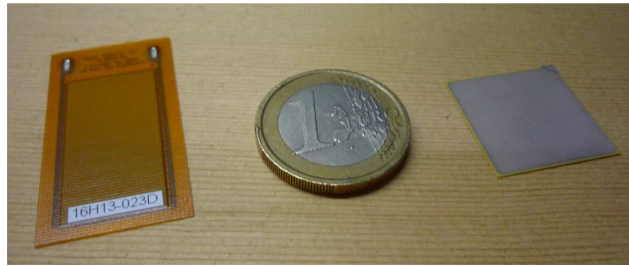


FIGURE 4.10 – Patches piézoélectriques de type céramique (droite) et MFC (gauche).

Les premiers sont des céramiques piézoélectriques. Il s'agit de structures cristallines polarisées à l'aide d'un fort champ électrique. Le principal avantage de ce type de transducteur est leur masse. En effet, ces patches peuvent avoir une très faible épaisseur et une taille relativement petite tout en restant efficaces pour l'actionnement des structures. Les limites de ces dimensions sont à ajuster en fonction des fréquences à contrôler. Ainsi, ces actionneurs ne modifient la structure contrôlée que de manière négligeable. Cependant, ce type d'actionneur doit être collé à la structure pour être efficace. Cela implique une fixation non réversible. Le choix de la position de ces transducteurs est donc très important pour l'efficacité du contrôle et est développé en annexe A. Les caractéristiques des patches piézoélectriques utilisés dans cette étude sont également données dans cette annexe.

Les autres transducteurs piézoélectriques utilisés sont des patches MFC (MicroFiber Composite). Il s'agit de patches composés de fibres piézoélectriques plongées dans une matrice d'époxy. Cette configuration permet d'obtenir des patches beaucoup plus souples que des céramiques. Ces patches sont donc plus adaptés à des structures courbes. Cependant, leur inconvénient est le même que pour les céramiques. Il est nécessaire de les coller pour que leur efficacité soit maximale. Dans la suite, ces patches sont néanmoins fixés à l'aide de scotch double face. Leur efficacité est donc réduite mais cela permet la modification de leur position si nécessaire.

L'utilisation de patches piézoélectriques en tant qu'actionneurs nécessite des amplificateurs spéciaux. En effet, une tension élevée est nécessaire pour permettre l'actionnement des structures contrôlées. Celui utilisé dans cette étude est un *Trek Model PZD350A*. L'utilisation de patches piézoélectriques en tant que capteurs nécessite l'utilisation de conditionneurs de charge. Ceux utilisés dans cette étude sont des *Brüel & Kjær Type 2635*.

4.2.1.3 Optimisation des caractéristiques transducteurs

Le choix des caractéristiques des transducteurs utilisés dépend des objectifs du contrôle. Les dimensions à donner aux patches dépendent par exemple des déformées modales des modes à contrôler. Pour une structure donnée, les déformées modales

possèdent des ventres proportionnels à leur longueur d'onde, c'est à dire plus grand en basse qu'en haute fréquence. Pour contrôler les basses fréquences, il est donc préférable d'utiliser des patchs assez grands alors que pour contrôler les hautes fréquences, des patchs plus petits suffisent. L'optimisation de ces caractéristiques, que ce soient pour les dimensions ou pour le positionnement des transducteurs, est une étape importante lors de l'élaboration d'un système de contrôle. Pour que ce dernier soit efficace, plusieurs étapes décrites succinctement ici et détaillées en annexe A doivent être effectuées.

La première étape importante lors de l'optimisation des transducteurs d'un système de contrôle est de cibler les objectifs du contrôle. Cette étape est d'autant plus importante qu'il a été choisi d'utiliser un système SISO ne possédant qu'un seul capteur et un seul actionneur. Un tel système peut difficilement être utilisé pour contrôler efficacement tous les modes appartenant à une large bande de fréquence. Que ce soit pour le monocorde, la guitare ou le violoncelle, il est donc nécessaire de choisir, même si cela est fait de manière arbitraire, un nombre limité de modes à contrôler.

La seconde étape de cette optimisation est de choisir le positionnement et, dans le cas des patchs piézoélectriques, les dimensions des transducteurs pour agir efficacement sur les modes ciblés. Pour ce faire, les notions de contrôlabilité et d'observabilité doivent être introduites. La contrôlabilité mesure la capacité d'un transducteur dans une configuration donnée à agir sur l'état du système. Inversement, l'observabilité mesure la capacité d'un transducteur dans une configuration donnée à mesurer l'état ou les informations nécessaires à l'estimation de l'état du système. Différents critères plus ou moins complexes permettent d'évaluer l'observabilité et la contrôlabilité d'un système de contrôle. Ceux choisis ici sont le coefficient de couplage [1] et l'index de performance [56]. Leurs calculs et leurs utilisations sont détaillés en annexe A. Pour obtenir les caractéristiques optimales des transducteurs, ces critères doivent souvent être appliqués en chaque point de la structure à contrôler. La méthode des éléments finis est un bon outil pour éviter des mesures expérimentales lourdes. Elle permet, grâce à une modélisation, le calcul de ces critères sur l'ensemble de la structure, et ce en un temps et au prix d'efforts réduits. Une description de la réalisation des modèles utilisés pour l'optimisation des transducteurs du monocorde et de la guitare est donnée en annexe A. Les résultats obtenus dans ces deux cas y sont également présentés et ont permis d'orienter le choix de la position des transducteurs pour ces deux systèmes de contrôle. Néanmoins, l'utilisation de modèles numériques se révèle être une méthode assez lourde aux vues des résultats obtenus. Dans le cas du violoncelle, pour lequel les objectifs de contrôle sont bien ciblés (à savoir annuler la note du loup), le choix du positionnement des transducteurs s'est fait de manière expérimentale mais non moins efficace en utilisant des mesures d'impédance réalisées sur un maillage grossier de la table d'harmonie.

Deux remarques importantes doivent être faites au sujet des transducteurs utilisés dans le système de contrôle. La première est que l'identification expérimentale, détaillée dans le paragraphe 2.4, permet de s'affranchir d'une modélisation précise des transducteurs. Le fait d'utiliser l'actionneur et le capteur du système de contrôle pour réaliser l'excitation et la mesure lors de l'étape d'identification permet de donner directement les matrices \mathbf{B} et \mathbf{C} . Il n'est donc pas nécessaire de modéliser plus précisément ces transducteurs. La seconde remarque est que l'ajout des transducteurs sur les struc-

tures contrôlées est supposé ne pas modifier leurs déformées modales. L'utilisation de transducteurs peu invasifs permet d'appuyer cette hypothèse.

4.2.2 Système de calculs temps réel

La dernière partie nécessaire à la réalisation d'un système de contrôle correspond à la partie numérique présentée sur la Figure 4.8. L'implémentation expérimentale d'un système de contrôle impose l'utilisation d'un système de calculs possédant des propriétés temporelles particulières. Bien qu'il soit possible de réaliser un contrôleur de manière analogique, il est de plus en plus courant de l'implémenter numériquement. Les principaux avantages des systèmes de contrôle numériques sont leur adaptabilité, leur précision et leur coût abordable [39]. Cependant, trouver un système rassemblant ces trois avantages n'est pas évident. Les systèmes les plus utilisés dans le cadre du contrôle actif sont certainement les microprocesseurs type DSP (Digital Signal Processing), qui sont par définition dédiés à des tâches de traitement du signal. Mais de tels systèmes ne sont pas adaptés au cadre de la recherche et sont plus pratiques pour des applications industrielles pour lesquelles les schémas de calculs ne varient pas et sont implémentés de manière permanente. Des systèmes plus simples d'utilisation et plus adaptables existent également. Ils permettent de réaliser des modifications de modèles ou de schémas de calcul rapidement et offrent la possibilité d'une implémentation facile. Cependant, ces produits restent souvent chers et sont souvent difficilement portables sur d'autres environnements d'exécution.

La solution retenue pour ce projet a été de développer à l'aide d'un environnement temps réel libre, un outil permettant à la fois de simuler et d'implémenter expérimentalement les schémas de contrôle étudiés. Cela permet donc d'obtenir un système adaptable, précis, répondant au besoin de prototypage propre à cette étude et à moindre coût.

4.2.2.1 Xenomai et notion de temps réel

Les contraintes imposées par le contrôle actif sont principalement temporelles. En effet, afin d'agir sur les vibrations d'une structure lorsque l'excitation de cette dernière est inconnue, il est nécessaire d'avoir un système de contrôle le plus rapide et le plus déterministe possible. Ces contraintes sont donc directement liées au champ des systèmes temps réel même si ces derniers attachent souvent plus d'importance au déterminisme qu'à la rapidité. L'environnement temps réel utilisé pour cette étude est Xenomai¹ [14]. Il s'agit d'un environnement libre développé sous Linux. Bien qu'en plein développement, cet environnement ne possède pas encore une documentation et une communauté très larges. Cependant, au lieu de se concentrer uniquement sur la faible latence de ses services, Xenomai tente également d'être attentif à son extensibilité, à sa portabilité et à sa longévité. Ces dernières caractéristiques permettront certainement à cet environnement d'être largement utilisé et de bénéficier de nombreux développements.

1. <http://xenomai.org/> (Dernier accès le 24 septembre 2014)

4.2.2.2 Réalisation pratique

Le système de calculs temps réel développé est succinctement décrit ici et détaillé en annexe B. L'environnement temps réel Xenomai est tout d'abord installé sur un ordinateur possédant un système d'exploitation Linux. La machine utilisée est un ordinateur classique muni d'un processeur Pentium 4. L'avantage de Xenomai est de permettre l'utilisation classique du système d'exploitation sur lequel il est installé et de lancer des tâches en temps réel si cela lui est demandé. Lorsqu'une tâche est lancée avec une priorité élevée au sein de cet environnement elle ne peut théoriquement plus être interrompue par une autre tâche sauf si celle-ci possède une priorité plus élevée. Ce principe d'ordonnancement des tâches assure donc les propriétés temporelles nécessaires à l'application du contrôle actif. Le fait de pouvoir passer d'un système d'exploitation classique à un environnement temps réel répond à un besoin de la recherche qui est de pouvoir modifier puis tester rapidement des configurations de contrôle différentes. Cela est effectué à l'aide de Matlab/Simulink. Le contrôleur est tout d'abord conçu sous Matlab puis implémenté sous forme de schémas bloc sous Simulink. Le code C correspondant est alors généré grâce à la Toolbox *Real-Time Workshop* de Matlab. Ce code, après avoir été modifié pour pouvoir communiquer en temps réel avec la carte d'acquisition installée sur l'ordinateur, est enfin exécuté en mode primaire dans Xenomai. Le contrôle est alors lancé.

4.2.2.3 Performance du système développé

Des tests ont été réalisés pour évaluer des grandeurs telles que la latence ou la précision du système. Ces performances se révèlent être très bonnes puisqu'elles permettent d'atteindre des périodes d'échantillonnage de l'ordre de la dizaine de microsecondes tout en conservant une précision de l'ordre de la centaine de nanoseconde. Les tests effectués sur le système sont détaillés en annexe B. Un test simple est cependant présenté ici à titre d'exemple. Il se propose d'étudier l'influence du nombre de mode utilisé dans l'observateur sur la précision et la latence du système définies dans le paragraphe B.1.2. Pour ce faire, différents modèles sont utilisés chacun à leur tour allant de 5 à 25 modes. Pour rappel, les matrices utilisées dans le modèle ont des dimensions correspondant au double du nombre de modes. Le temps entre chaque échantillon envoyé à la sortie physique du système de contrôle est ensuite calculé. Un buffer pré-alloué de 150000 valeurs permet de stocker ces données et de réaliser ces calculs une fois le contrôle terminé. Les durées moyenne, maximale et minimale entre chaque échantillon et pour chaque cas étudié sont données par les courbes de la Figure 4.11. Ces courbes permettent de constater que la durée de la boucle de contrôle augmente avec le nombre de modes du modèle. Cependant, ces latences restent faibles. La valeur moyenne est d'environ $16 \mu s$ pour un modèle à 5 modes et d'environ $33 \mu s$ pour un modèle à 25 modes. La précision du système, donnée par l'écart entre les courbes maximale et minimale, est quant à elle relativement stable aux alentours de $8 \mu s$. Ces résultats sont très bons et permettent le contrôle d'une large bande de fréquences en respectant le cahier des charges imposé. Ce système de contrôle, qui rivalise largement avec les systèmes développés dans le commerce comme par exemple *Opal-RT* ou *Dspace*, est utilisé dans

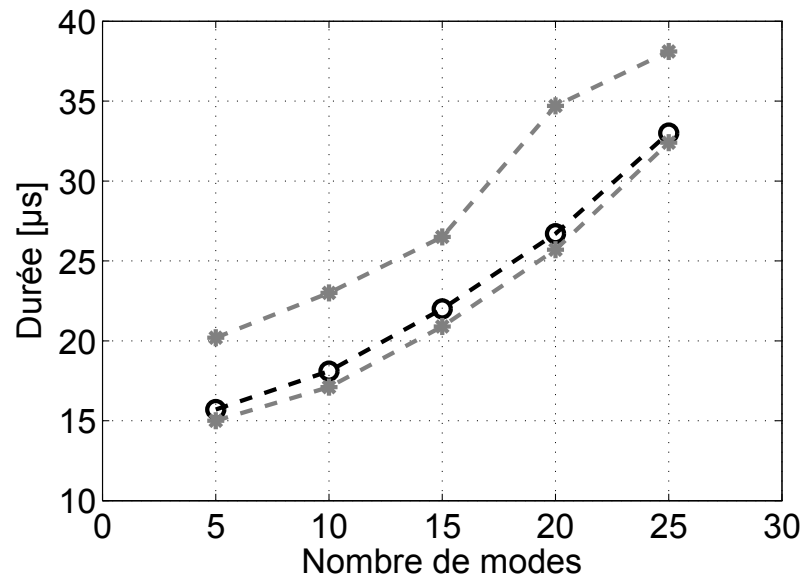


FIGURE 4.11 – Influence du nombre de modes sur la précision et la latence du système bouclé. Valeur moyenne [---], valeurs maximale et minimale [---].

la suite pour appliquer le contrôle sur les structures présentées précédemment.

Chapitre 5

Validation expérimentale des méthodes de contrôle proposées

Le contrôle d'état modal est une méthode assez classique et déjà largement utilisée pour réduire les vibrations ou les bruits parasites. Cependant elle est rarement utilisée pour diminuer des amortissements ou pour modifier des fréquences dans un autre but. Ce chapitre a pour objectif de valider expérimentalement les différentes méthodes de contrôle présentées précédemment. La première partie illustre ces possibilités rarement explorées qu'offre le contrôle d'état modal. Dans un second temps, la méthode de contrôle d'état dérivé est appliquée expérimentalement sur le monocorde grâce à l'utilisation d'un modèle adimensionné et d'un algorithme de placement de pôles assurant la stabilité du système. Le contrôle d'état proportionnel et dérivé est également appliqué expérimentalement pour modifier l'amplitude des modes de vibration d'une guitare. Finalement, les limites de ces méthodes sont discutées.

5.1 Possibilités offertes par le contrôle actif modal

Cette section présente quelques exemples des possibilités offertes par le contrôle d'état modal. Les résultats expérimentaux proposés ne sont pas exhaustifs mais permettent d'observer des contrôles en amortissement, en fréquence puis combinant les deux. Une comparaison des résultats obtenus grâce au contrôle et par des simulations sont également présentés. Les structures contrôlées dans ce cas sont les tables d'harmonie du monocorde et de la guitare présentées dans la section 4.1.

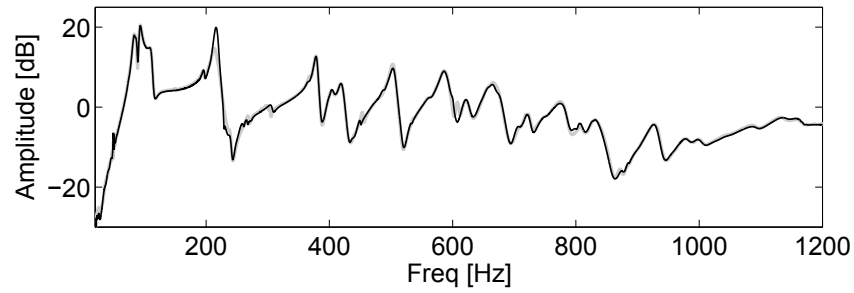
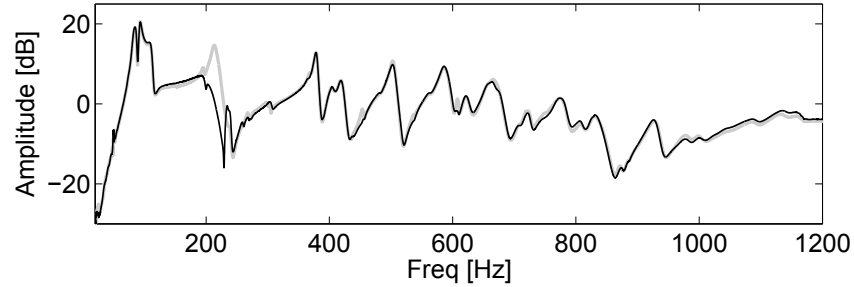
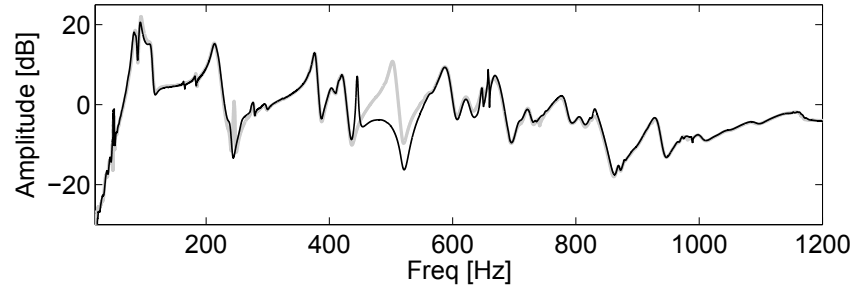
5.1.1 Modification de l'amortissement modal

Les capacités du contrôle d'état modal sont tout d'abord évaluées lorsque l'amortissement des modes est ciblé. Le Tableau 5.1 donne ces cibles pour différents contrôles, sur différents modes et les figures correspondantes.

Figure	Fréquence du mode contrôlé	Modification de l'amortissement
5.1	$\simeq 200Hz$	-50%
5.2	$\simeq 200Hz$	+400%
5.3	$\simeq 500Hz$	+400%
5.4	$\simeq 850Hz$	-60%

TABLEAU 5.1 – Contrôle en amortissement de différents modes.

Les figures référencées dans ce tableau représentent les fonctions de transfert mesurées entre le capteur et l'actionneur du système de contrôle lorsque la structure est excitée par un sinus glissant allant de $20Hz$ à $2000Hz$. Dans chaque cas, cette fonction de réponse en fréquence (FRF) est donnée sans et avec contrôle.

**FIGURE 5.1** – Modification de -50% de l'amortissement du mode identifié à environ $200Hz$. FRF contrôlée [—] et non contrôlée [---].**FIGURE 5.2** – Modification de 400% de l'amortissement du mode identifié à environ $200Hz$. FRF contrôlée [—] et non contrôlée [---].**FIGURE 5.3** – Modification de 400% de l'amortissement du mode identifié à environ $500Hz$. FRF contrôlée [—] et non contrôlée [---].

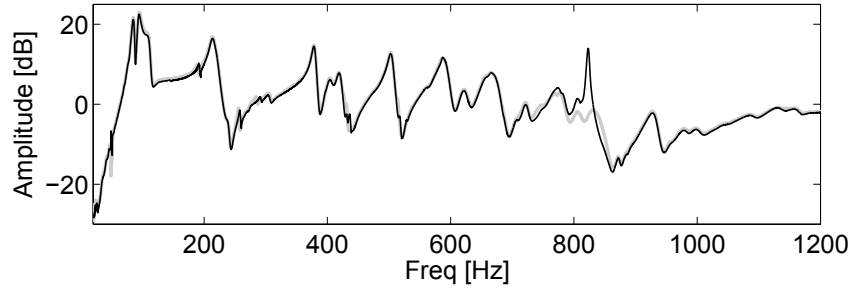


FIGURE 5.4 – Modification de -60% de l’amortissement du mode identifié à environ $850Hz$. FRF contrôlée [—] et non contrôlée [---].

Ces résultats permettent de faire quelques remarques sur le contrôle de l’amortissement modal. La première est que le contrôle d’état est une méthode efficace pour modifier l’amortissement des modes puisque, dans chaque cas, ce dernier a bien été modifié selon le contrôle ciblé. Les Figures 5.1 et 5.2 montrent que l’amortissement d’un même mode peut être soit diminué soit augmenté. Ces différents cas permettent de constater que l’amortissement des modes peut être modifié sur toute la bande identifiée aussi bien en haute qu’en basse fréquence. Le pourcentage de modification peut aller de quelques pour-cent à quelques centaines de pour-cent. Les limites de ces modifications sont fixées théoriquement par les limites de stabilité du système de contrôle présentées dans la Figure 2.5. De plus le contrôle d’un mode en amortissement n’a quasiment aucune influence sur les autres modes de la structure.

5.1.2 Modification de la fréquence propre

Les capacités du contrôle d’état lorsque les fréquences modales sont ciblées sont ensuite étudiées. Le Tableau 5.2 donne ces cibles pour différents contrôle, sur différents modes et les figures correspondantes.

Figure	Fréquence des modes contrôlés	Modification de la fréquence
5.5	$\simeq 220Hz$	-5%
5.6	$\simeq 320Hz$	$\pm 1\%, \pm 2\%, \pm 3\%$
5.7	$\simeq 210$ et $220Hz$	-2% et $+2\%$

TABLEAU 5.2 – Contrôle en fréquence de différents modes.

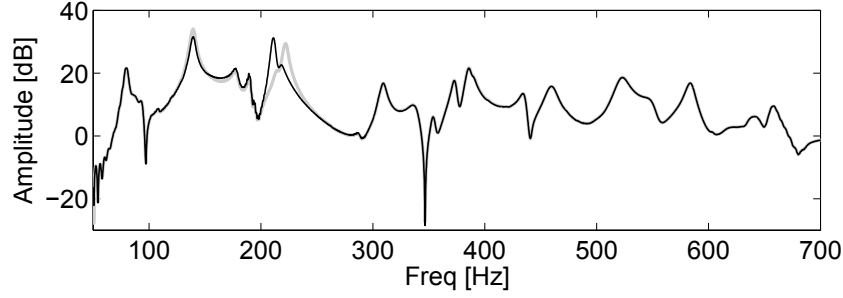


FIGURE 5.5 – Contrôle expérimental de -5% en fréquence du mode identifié à environ $220Hz$. FRF contrôlée [—] et non contrôlée [---].

La Figure 5.5 présente le contrôle de -5% en fréquence d'un mode identifié autour de $220Hz$. Cette figure montre que le contrôle d'état permet effectivement de modifier les fréquences modales d'une structure puisque lorsque le contrôle est appliqué, la fréquence du mode ciblé se trouve autour de $210Hz$ ce qui correspond bien à une modification de -5% de sa fréquence d'origine.

La Figure 5.6 permet ensuite d'observer le contrôle en fréquence d'un mode identifié autour de $320Hz$.

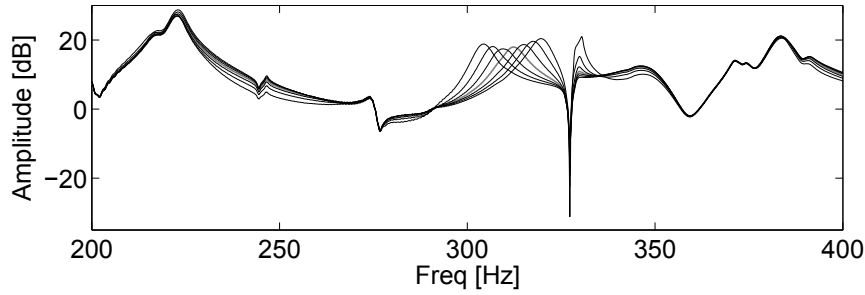


FIGURE 5.6 – Contrôle en fréquence expérimental d'un mode identifié autour de $320Hz$ [—]. Les décalages en fréquence vont de -3% à $+3\%$ par pas de 1 [—].

Plusieurs cas de contrôle sont présentés sur cette figure allant d'un décalage en fréquence de -3% à $+3\%$ par pas de 1. Ce résultats permet de conclure que le contrôle d'état permet de modifier la fréquence des modes aussi bien vers les hautes que vers les basses fréquences. Avec un seul mode il est ainsi possible de couvrir une bande de fréquence de plusieurs dizaines de Hertz. De plus les Figures 5.5 et 5.6 montrent qu'il est possible de contrôler les modes de vibration à différentes fréquences.

Enfin, la Figure 5.7 présente un cas particulier de décalage en fréquence.

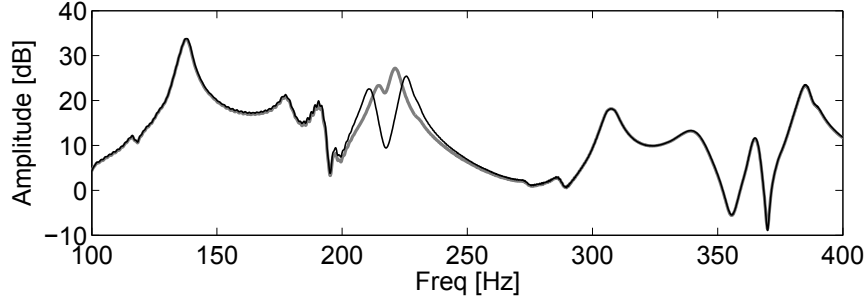


FIGURE 5.7 – Modification de -2% et de $+2\%$ de la fréquence des modes identifiés à environ $210Hz$ et $220Hz$. FRF contrôlée [—] et non contrôlée [---].

Il s'agit du découplage de deux modes identifiés à environ $210Hz$ et $220Hz$. Sur la Figure 5.7, la FRF non contrôlée présente deux modes très proches à ces fréquences. Le fait de les décaler permet de les découpler et donc de les observer indépendamment l'un de l'autre. Lorsqu'ils sont contrôlés, l'amplitude de ces deux modes est modifiée. Cela est dû au fait que lorsque deux modes sont couplés, les caractéristiques de l'un sont altérées par celles de l'autre. Le contrôle permet donc d'agir sur des modes qui sont difficilement visibles dans la FRF mais présents sur la structure. Ce cas de contrôle montre également qu'il est possible de contrôler plusieurs modes à la fois.

5.1.3 Modification de la fréquence et de l'amortissement propre

Des cas combinant un contrôle en fréquence et en amortissement sont ensuite présentés. Le Tableau 5.3 donne les cibles de contrôles appliqués sur différents modes ainsi que les figures correspondantes.

Figure	Fréquence du mode contrôlé	Modification de l'amortissement	Modification de la fréquence
5.8	$\simeq 230Hz$	$+700\%$	-25%
5.9	$\simeq 230Hz$	$+400\%$	-10%
5.10	$\simeq 380Hz$	$+100\%$	-8%
5.11	$\simeq 380Hz$	$+50\%$	-8%
5.12	$\simeq 660Hz$	-30%	-1%
5.13	$\simeq 850Hz$	-30%	-0.3%

TABLEAU 5.3 – Contrôle en amortissement et en fréquence de différents modes.

Dans chacun des cas présenté les FRF contrôlées et non contrôlées sont données.

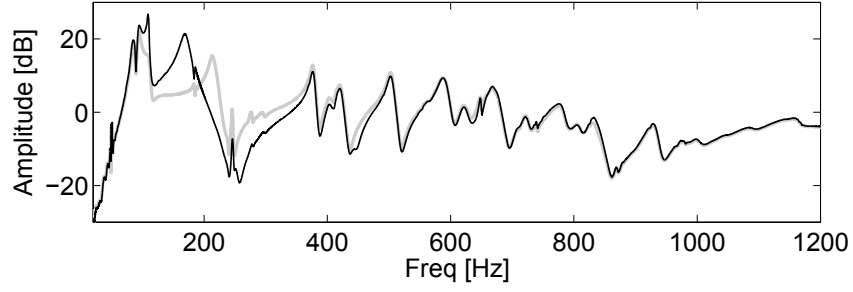


FIGURE 5.8 – Modification de +700% en amortissement et de -25% en fréquence du mode identifié à 230Hz. FRF contrôlée [—] et non contrôlée [---].

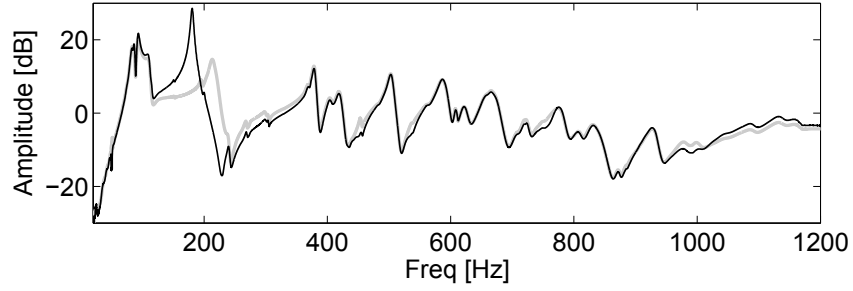


FIGURE 5.9 – Modification de +400% en amortissement et de -10% en fréquence du mode identifié à 230Hz. FRF contrôlée [—] et non contrôlée [---].

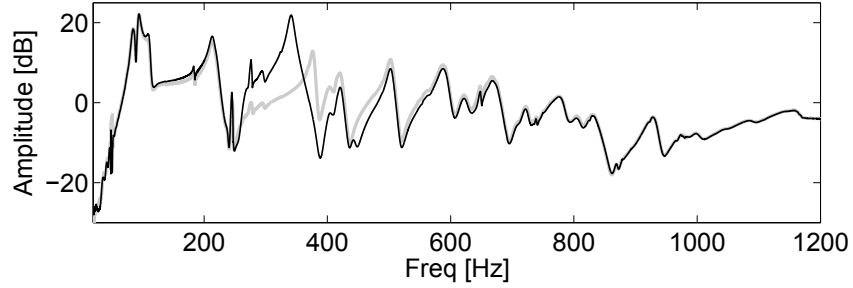


FIGURE 5.10 – Modification de +100% en amortissement et de -8% en fréquence du mode identifié à 380Hz. FRF contrôlée [—] et non contrôlée [---].

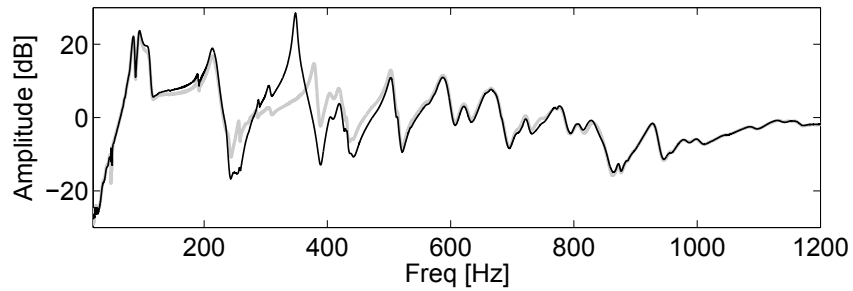


FIGURE 5.11 – Modification de +50% en amortissement et de -8% en fréquence du mode identifié à 380Hz. FRF contrôlée [—] et non contrôlée [---].

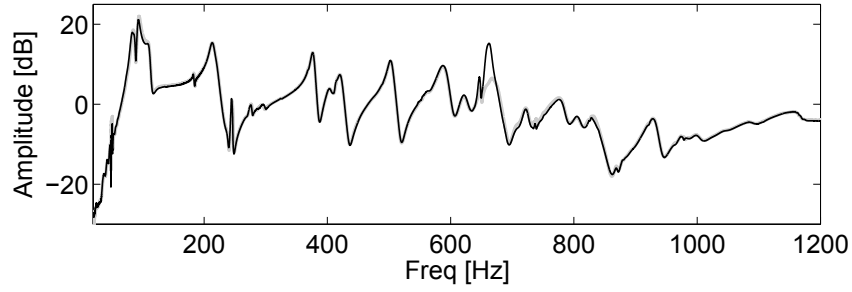


FIGURE 5.12 – Modification de -30% en amortissement et de -1% en fréquence du mode identifié à $660Hz$. FRF contrôlée [—] et non contrôlée [---].

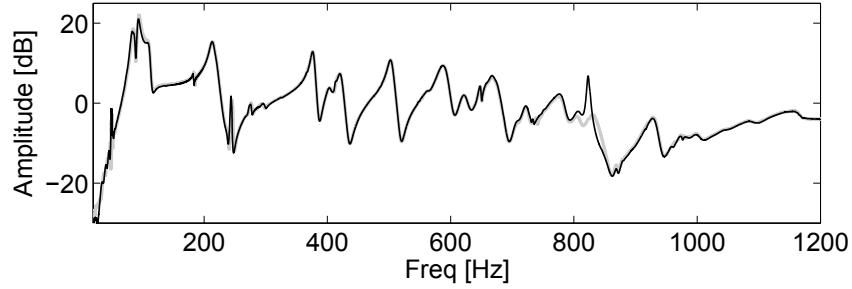


FIGURE 5.13 – Modification de -30% en amortissement et de -0.3% en fréquence du mode identifié à $850Hz$. FRF contrôlée [—] et non contrôlée [---].

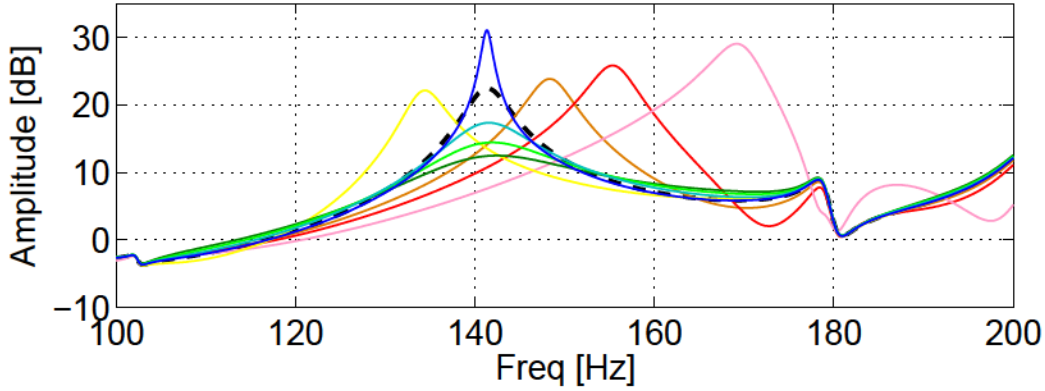
Ces résultats montrent que le contrôle d'état offre de nombreuses possibilités de modifications des modes d'une structure lorsqu'il combine un contrôle en amortissement et en fréquence. La Figure 5.8 donne par exemple le cas d'un décalage de -25% en fréquence, d'un mode situé à environ $230Hz$. Cette modification revient à décaler le mode de plus de $50Hz$. Il est également possible de modifier l'amortissement des modes contrôlés de manière importante. Le décalage en fréquence combiné à un décalage en amortissement permet de modifier l'amplitude maximale des modes contrôlés. Il est alors possible d'obtenir des modifications d'amplitude maximale de l'ordre de la dizaine de décibels comme le montrent les Figures 5.9, 5.11 ou encore 5.12. Les niveaux d'amplitudes des FRF sont inévitablement modifiés par ces changements. Les Figures 5.8, 5.9, 5.10 et 5.11 montrent par exemple que le niveau d'amplitude à la fréquence des modes qui ont été contrôlés est diminué d'au moins une dizaine de décibels. Le niveau d'amplitude aux fréquences auxquelles ont été déplacés ces modes a au contraire augmenté d'au moins une dizaine de décibels.

Les Figures 5.12 et 5.13 montrent qu'il est également possible de modifier la fréquence et l'amortissement de modes pour de plus hautes fréquences. La Figure 5.13 représente un contrôle permettant de décaler d'environ $7Hz$ un mode se situant à $660Hz$. De plus, alors que les modes basses fréquences ont souvent une amplitude assez élevée, celles des modes en hautes fréquences sont souvent assez faibles. Le fait de modifier l'amortissement de ces modes peut permettre de les faire émerger à un niveau d'amplitude similaire à celui des modes basses fréquences. Cela peut parfois être facilité par les modifications d'amplitude observées lors d'une modification en fréquence.

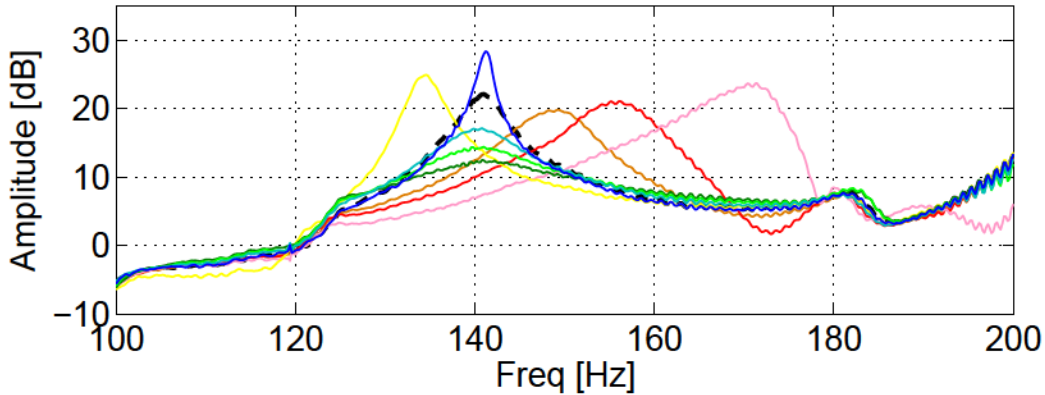
Le contrôle actif modal offre donc de nombreuses possibilités de modifications des modes d'une structure. Le système de contrôle expérimental développé décrit dans la section 4.2.2 et détaillé dans l'annexe B permet un contrôle d'état modal efficace, offrant non seulement la possibilité de contrôler la fréquence et l'amortissement d'un ou de plusieurs modes d'une structure, mais également, dans une certaine mesure, de modifier les niveaux d'amplitude maximum de la FRF contrôlée.

5.2 Comparaison contrôle/simulation

Cette section propose de comparer, pour les mêmes cibles de contrôle, les résultats obtenus expérimentalement et grâce au système de simulation présenté dans la section B.2.3. Le troisième mode du monocorde, identifié à 141Hz , est contrôlé en fréquence et en amortissement. La Figure 5.14 présente les résultats obtenus.



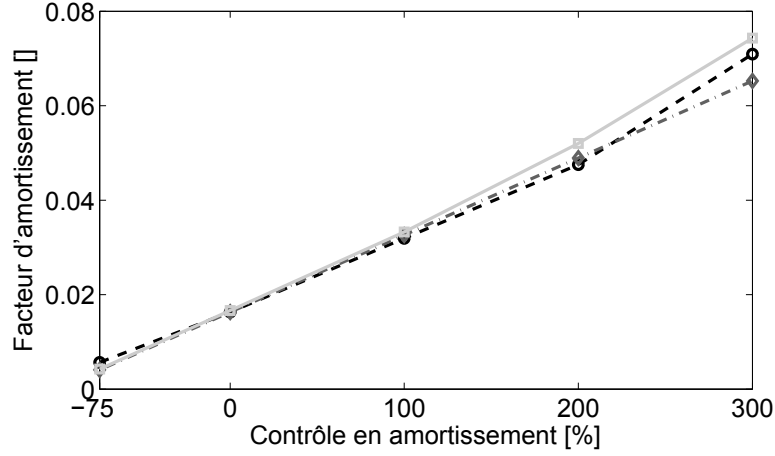
a Résultats obtenus par simulation.



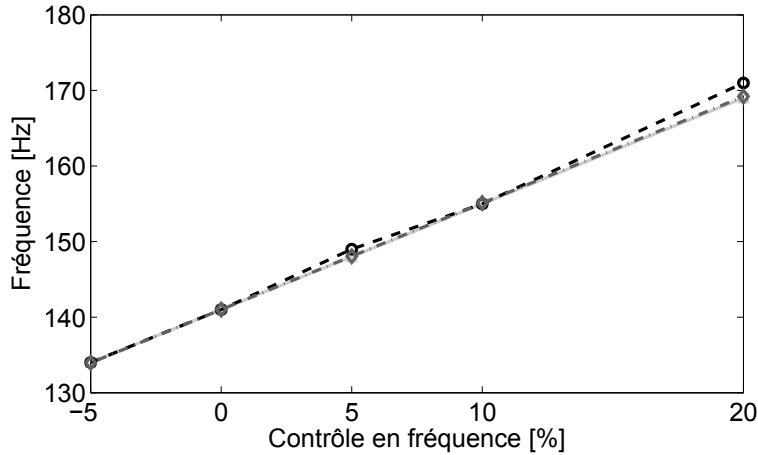
b Résultats obtenus expérimentalement.

FIGURE 5.14 – Comparaison des résultats du contrôle d'un mode obtenus par simulation (a) et expérimentalement (b). FRF de référence non contrôlée [— —], FRF contrôlées en fréquence de -5% [—], $+5\%$ [—], $+10\%$ [—] et $+20\%$ [—] et FRF contrôlées en amortissement de -75% [—], $+100\%$ [—], $+200\%$ [—] et $+300\%$ [—].

La première remarque à faire sur ces résultats est que la simulation prédit de manière assez précise les résultats du contrôle. En effet, les décalages en fréquence et en amortissement sont similaires dans les cas simulé et expérimental. Pour illustrer cette comparaison, les décalages en amortissement et en fréquence en fonction des cibles du contrôle sont donnés sur la Figure 5.15.



a Amortissement du mode atteint en fonction du contrôle en amortissement ciblé.



b Fréquence du mode atteinte en fonction du contrôle en fréquence ciblé.

FIGURE 5.15 – Décalages en amortissement (a) et en fréquence (b) des modes contrôlés en fonction des cibles de contrôle [— · —] obtenus expérimentalement [— —] ou par simulation [—].

Sur ces figures, les courbes [— · —] représentent la cible théorique du contrôle. Ces résultats montrent non seulement que la simulation et le contrôle donnent des résultats très proches mais également que ces résultats répondent bien aux objectifs du contrôle. Le Tableau 5.4 donne les erreurs relatives maximales entre la simulation et la cible et entre le contrôle expérimental et la cible pour les contrôles en fréquence et en amortis-

sement.

	Fréquence		Amortissement	
	Contrôle	Erreur relative	Contrôle	Erreur relative
Simulation	+20%	-0.1%	+300%	+14%
Expérimental	+20%	+1%	-75%	+39%

TABLEAU 5.4 – Erreurs relatives maximales pour le contrôle simulé et expérimental dans le cas des décalages en fréquence et en amortissement.

Les erreurs relatives maximales sont très faibles dans le cas des contrôle en fréquence, que ce soit pour la simulation ou pour le contrôle expérimental. La différence entre la cible et le contrôle expérimental est au maximum de l'ordre du Hertz et moindre dans le cas de la simulation. Ces erreurs sont plus importante pour l'amortissement. Cela peut s'expliquer par le fait que les décalages en pourcentage imposés pour le contrôle en amortissement sont beaucoup plus grands que ceux imposés pour le contrôle en fréquence. Les erreurs sont donc naturellement plus importantes mais restent tout de même largement acceptables aux vues des Figures 5.14 et 5.15. En effet, la différence maximale entre l'amortissement cible et le contrôle expérimental n'est que de 0.0016 et moindre dans le cas de la simulation. Sachant que le facteur d'amortissement du mode est de 0.016 lorsqu'il n'est pas contrôlé, cette erreur reste acceptable.

Ces résultats montrent donc que la simulation est un bon moyen d'étudier des configurations de contrôle avant de les implémenter expérimentalement. Cela permet de prédire le comportement du système de contrôle et d'éviter des phénomènes d'instabilités pouvant endommager le matériel utilisé. De plus la réalisation de simulations est bien plus rapide que l'implémentation expérimentale d'un contrôleur.

5.3 Validation expérimentale du contrôle d'état dérivé adimensionné

Cette section se propose de valider l'utilisation du contrôle d'état dérivé appliqué au contrôle des vibrations et dans le cas de systèmes complexes possédant un grand nombre de degrés de liberté. La méthode de contrôle par état dérivé est classiquement utilisée dans le domaine de l'automatique mais peu d'applications existent dans le domaine du contrôle de vibration. Afin de contrôler des structures complexes, la méthode de contrôle par un modèle adimensionné présenté dans la section 3 est utilisée. Le contrôle est appliqué à la table d'harmonie simplifiée présentée dans la section 4.1.1. Une comparaison rapide de cette méthode avec un contrôle d'état classique est présentée dans cette partie en simulation et expérimentalement.

Dans cet exemple, le contrôle est arbitrairement appliqué sur deux modes. Cela permet de montrer que la méthode de contrôle d'état dérivé est capable de contrôler plusieurs modes à la fois et dans des bandes de fréquences différentes. Le contrôle est donc appliqué aux modes 6 et 9 représentés par des flèches sur la Figure 5.16. Les modifications ciblées sont données dans le Tableau 5.5.

Mode	Fréquence	Modification
6	$\simeq 230Hz$	Amortissement multiplié par 2
9	$\simeq 310Hz$	Fréquence décalée de -2 %

TABLEAU 5.5 – Cibles du contrôle appliqué pour comparer le contrôle d'état et le contrôle d'état dérivé.

Les Figures 5.16 et 5.17 donnent les résultats de ces deux méthodes de contrôle lorsqu'elles sont simulées et appliquées expérimentalement. Les courbes ont été lissées pour supprimer le bruit de mesure.

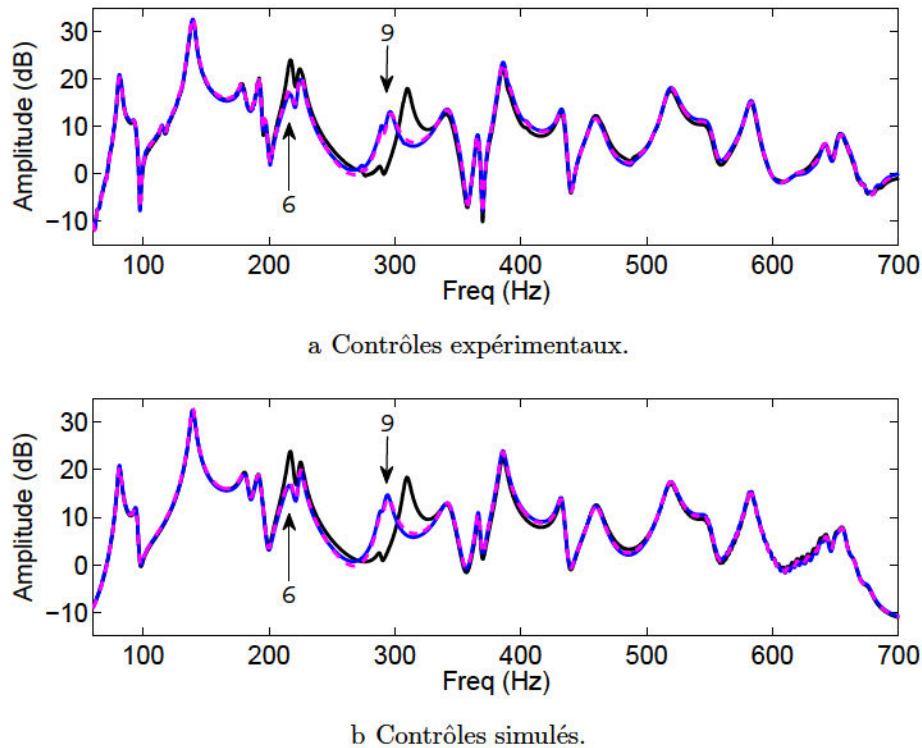


FIGURE 5.16 – Contrôles d'état [—] et d'état dérivé utilisant un modèle adimensionné en temps [—], comparés avec la FRF non contrôlée [—] de la table d'harmonie du monocorde. Les flèches indiquent les modes contrôlés.

Les FRF entre capteur et actionneur sont présentées avec et sans contrôle. Les Figures 5.16b et 5.17b présentent les effets simulés de ces deux méthodes de contrôle sur la FRF de la table d'harmonie. Ces simulations sont réalisées à l'aide du logiciel de modélisation Matlab/Simulink en utilisant le modèle de la structure contrôlée et présenté dans la section B.2.3 de l'annexe B. Les Figures 5.16a et 5.17a présentent les effets de ces contrôles obtenus expérimentalement. Il est important de noter que l'utilisation d'un modèle adimensionné est essentiel dans le cas du contrôle d'état dérivé. Sans cet adimensionnement, cette méthode de contrôle est inefficace lorsqu'elle est appliquée à une structure complexe possédant un grand nombre de degrés de liberté et modélisée

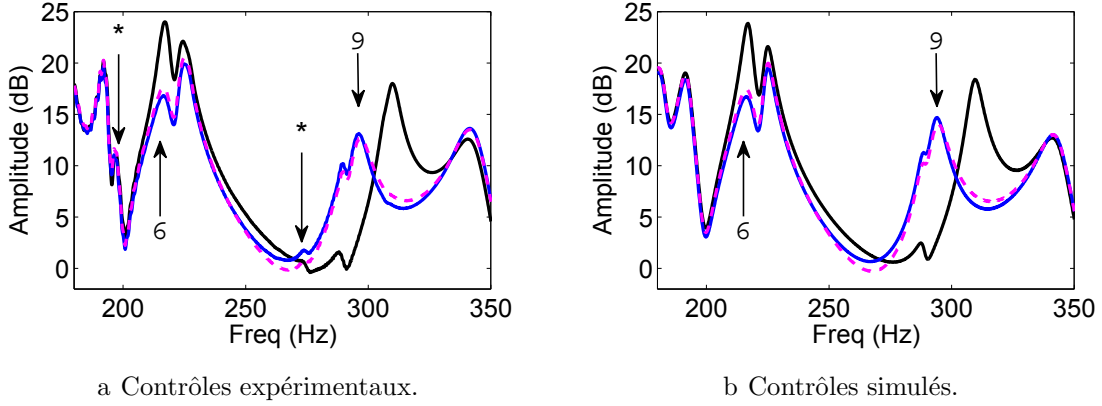


FIGURE 5.17 – Zoom de la Figure 5.16 sur la bande de fréquence étudiée.

avec une grande fréquence d'échantillonnage. Des détails sur l'adimensionnement sont donnés dans la section 3.1.2. Aucun résultat sur le contrôle d'état dérivé utilisant un modèle non adimensionné n'est donc donné ici.

La première remarque est que les résultats simulés à partir du modèle de la structure et les résultats expérimentaux sont très proches. Dans le cas du contrôle d'état dérivé adimensionné, comme dans celui du contrôle d'état, les prédictions des effets du contrôle obtenus grâce à la simulation permettent d'avoir une bonne idée de ce que donnera effectivement le contrôle une fois appliqué expérimentalement. Ici encore, la simulation se révèle être un outil fiable permettant la réalisation et les tests des configurations de contrôle d'état dérivé adimensionné avant de les appliquer expérimentalement.

La deuxième remarque concerne la comparaison entre les deux méthodes de contrôle. Que ce soit en simulation ou sur les courbes obtenues expérimentalement, ces deux méthodes donnent, pour une même cible, des résultats très proches. Les Figures 5.17a et 5.17b montrent que l'amortissement du mode 6 et que la fréquence du mode 9 ont bien été décalés selon les objectifs du contrôle. Bien que les deux méthodes de contrôle présentent quelques différences, ces dernières restent difficilement quantifiables.

Un autre point notable concerne la robustesse de ces deux méthodes de contrôle. Certains modes, apparaissant peu dans les FRF expérimentales et marqués par des étoiles sur la Figure 5.17a, ne sont pas pris en compte dans le modèle de la structure. Cela est visible sur la Figure 5.17b puisque ce mode n'est pas présent dans la FRF simulée utilisant ce modèle. Ces omissions ne posent cependant pas de problème pour la stabilité et l'efficacité des contrôles appliqués. En effet, la Figure 5.17a montre que les modes contrôlés sont bien déplacés en fréquence et en amortissement sans être perturbés par les modes non pris en compte dans le modèle de la structure. Cela permet donc d'avoir un modèle relativement simple ne prenant pas en compte tous les détails de la FRF et permettant un contrôle efficace des modes ciblés. Il est également important de noter que le signal de commande envoyé lors du contrôle de l'état dérivé est souvent légèrement supérieur à celui envoyé lors d'un contrôle d'état classique.

La méthode de contrôle de l'état dérivé utilisant un modèle adimensionné de la structure et appliquée au contrôle des vibrations possède donc des capacités similaires à celles

du contrôle d'état classique. Grâce à cette méthode, il est possible de contrôler efficacement l'amortissement et la fréquence de différents modes et ce à différentes fréquences. Cela va permettre dans la suite une utilisation combinée de ces deux méthodes afin de contrôler l'amplitude des FRF.

5.4 Validation du contrôle d'amplitude

La méthode de contrôle d'amplitude présentée dans la section 3 est appliquée expérimentalement sur la guitare. Cette méthode permet la modification de l'amplitude de toute une bande de fréquence se situant autour du mode ciblé par le contrôle. Le choix du mode contrôlé n'est donc pas primordial puisque tous ses modes voisins sont décalés en amplitude. L'amplitude du mode 9 de la table d'harmonie de la guitare, identifié à 620Hz , est tout d'abord contrôlée. Les gains du contrôleur sont choisis en deux temps. La fréquence du mode ciblé est déplacée grâce au contrôle de l'état dérivé. La masse modale de ce mode est alors modifiée grâce au terme agissant sur l'accélération. Cependant, ce premier gain de contrôle agit également sur les termes de fréquence et d'amortissement du mode. Afin de replacer les pôles du mode contrôlé à leurs positions d'origines, le contrôle d'état est utilisé. Une méthode de placement de pôle classique prenant en compte le contrôle de l'état dérivé permet de conserver la fréquence et l'amortissement du mode contrôlé tout en modifiant son amplitude. Ce placement de pôles revient à imposer les gains de contrôle appliqués à l'état suivant l'équation 3.44. Une autre approche est possible pour modifier l'amplitude des modes. Elle consiste à choisir à la main le gain agissant sur le terme d'accélération. Le choix de ce gain entraîne une modification des paramètres modaux de la structure. Le contrôle d'état est alors utilisé afin de replacer ces pôles à leurs positions d'origine. Ces deux techniques, permettant le choix des gains de contrôle modifiant l'amplitude du mode ciblé, doivent nécessairement respecter des conditions de stabilité. Ces dernières sont détaillées dans la section 5.5.

5.4.1 Validation expérimentale

Une série de contrôles expérimentaux respectant les conditions de stabilité requises est présentée sur la Figure 5.18. Pour ces exemples, les gains de contrôle ont été choisis en déplaçant la fréquence du neuvième mode de la structure grâce au contrôle d'état dérivé puis en la remplaçant à sa valeur d'origine grâce au contrôle d'état. Sur cette figure, les amplitudes de tous les modes modélisés sont modifiées par le contrôle. Cela est dû au fait que la méthode de contrôle utilisée simule une modification de la perturbation comme décrit dans la section 3.2.3. Ces modifications dépendent des caractéristiques du couple capteur/actionneur et notamment de leur position. L'amplitude de certains modes est donc largement modifiée alors qu'elle l'est moins pour d'autres. Il est également possible de remarquer que certains modes invisibles sur la FRF de référence émergent dans les cas extrêmes de contrôle créant ainsi un phénomène de spillover. De plus, certains modes voient leur amplitude diminuée lorsque celle des autres augmente. C'est par exemple le

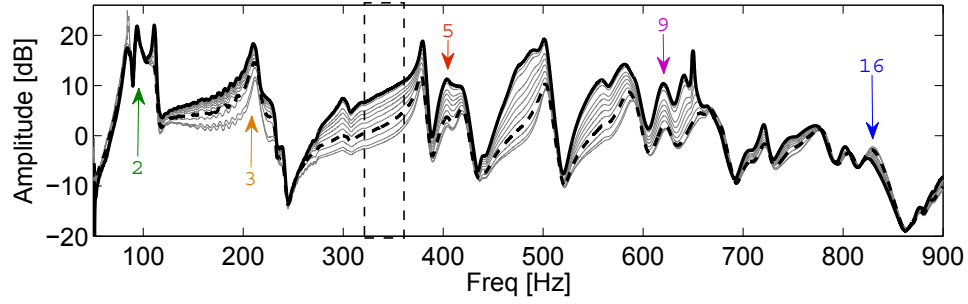


FIGURE 5.18 – Contrôle de l'amplitude modale grâce au mode 9. FRF de référence non contrôlée [---], amplitude maximale atteinte [—] et cas intermédiaires [—] d'augmentations et de diminutions d'amplitude.

cas du mode 16 identifié à environ 830Hz . Ces deux phénomènes sont discutés dans la section 5.5.

La Figure 5.19 donne la variation d'amplitude exprimée en décibels de différents modes et en fonction du contrôle appliqué sur le mode 9. Le Tableau 5.6 donne les modes

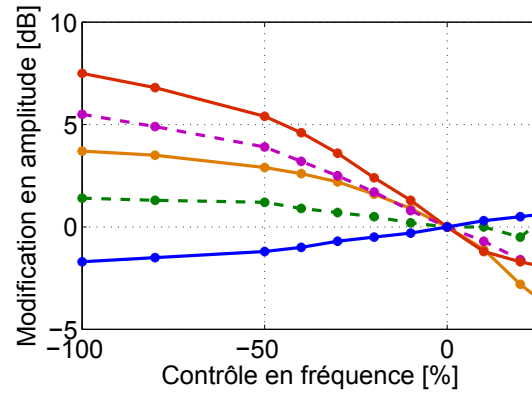


FIGURE 5.19 – Amplitudes des modes 5 [—], 9 [---], 3 [—], 2 [---] et 16 [—] en fonction de la modification en fréquence appliquée au mode 9.

dont l'amplitude est mesurée, leur fréquence ainsi que leurs variations d'amplitude maximale et minimale.

Mode	Fréquence	Variation d'amplitude	
		max	min
2	$\simeq 93\text{Hz}$	$+1.4\text{dB}$	-0.5dB
3	$\simeq 210\text{Hz}$	$+3.7\text{dB}$	-3.5dB
5	$\simeq 403\text{Hz}$	$+7.5\text{dB}$	-1.9dB
9	$\simeq 620\text{Hz}$	$+5.5\text{dB}$	-1.8dB
16	$\simeq 830\text{Hz}$	$+0.6\text{dB}$	-1.7dB

TABLEAU 5.6 – Variations maximale et minimale d'amplitude des modes de la table d'harmonie.

Ces résultats montrent que les modifications d'amplitude peuvent atteindre des valeurs importantes. Lorsqu'elle augmente, l'amplitude du mode 5 varie de $+7.5dB$. Lorsqu'elle diminue, celle du mode 3 varie de $-3.5dB$. Ces modifications d'amplitudes sont comparables aux résultats obtenus grâce à des méthodes de contrôle classiques, comme par exemple ceux présentés dans la section 5.1. L'avantage de cette méthode est d'agir sur une large bande de fréquence alors que le contrôle ne s'applique qu'à un seul mode. Le niveau d'amplitude de la FRF contrôlée n'est donc pas modifié localement mais de manière globale. Les zones ne correspondant pas au maximum d'un mode, comme par exemple la bande située entre $320Hz$ et $360Hz$ et encadrée sur la Figure 5.18, sont également modifiées en amplitude. Cela ne serait pas le cas si les modes voisins de cette zone avaient été contrôlés en amortissement. Un autre avantage de cette méthode est de ne pas, ou peu, modifier les fréquences et les amortissements des modes contrôlés. Si ces paramètres jouent un rôle important dans la vibration de la structure, comme c'est le cas dans les instruments de musique, il est intéressant de ne pas les modifier en jouant seulement sur les amplitudes modales de la structure. Enfin, cette méthode permet aussi le contrôle en fréquence et en amortissement en même temps que celui en amplitude. En effet, en plus de replacer les pôles des modes à leurs valeurs d'origine, le contrôle d'état peut également les placer de manière à modifier leurs fréquences et leurs facteurs d'amortissement.

Il est important de noter que le paramètre de contrôle permettant la modification d'amplitude est ici la fréquence des modes. Ce paramètre n'est utilisé que pour modifier l'amplitude des modes et est ensuite remplacé à sa valeur d'origine. Il est donc possible d'obtenir des modifications de ce paramètre inférieures à -100% puisque ce déplacement en fréquence est ensuite ramené à 0.

5.4.2 Comparaison avec la simulation

Les résultats précédents peuvent être comparés à ceux obtenus en simulation. Une série de contrôles simulés est présentée sur la Figure 5.20 qui donne les fonctions de transfert théoriques entre le capteur et l'actionneur lorsque le mode 9 est contrôlé en fréquence.

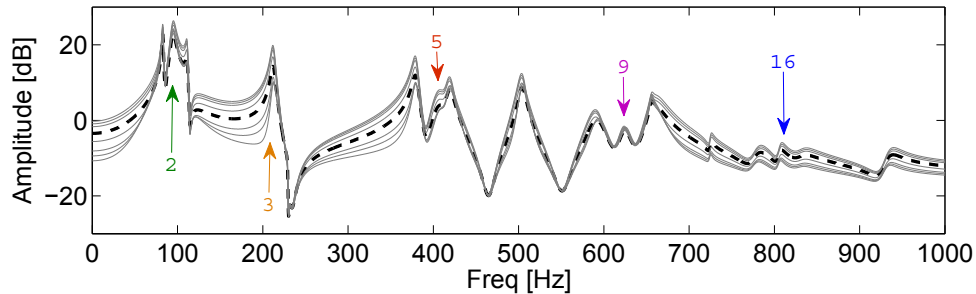


FIGURE 5.20 – Simulation du contrôle d'amplitude modale. FRF de référence non contrôlée [---] et différents cas de diminutions ou d'augmentations d'amplitude [—].

Les objectifs du contrôle dans le cas simulé ne sont pas exactement les mêmes que dans le cas expérimental. Cependant, ces résultats sont assez semblables à ceux présentés sur la Figure 5.18. Le contrôle du mode 9 permet effectivement de modifier l'amplitude de toute la bande de fréquence voisine. Les amplitudes des modes étudiés sur la Figure 5.19 sont représentées dans le cas simulé sur la Figure 5.21.

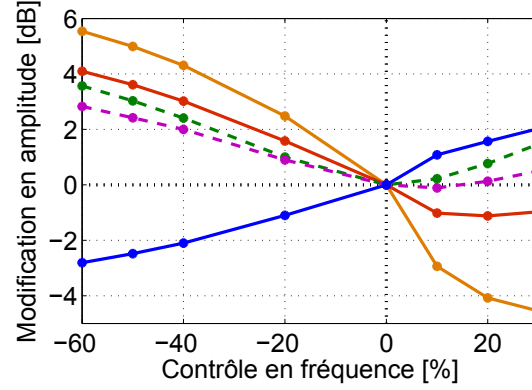


FIGURE 5.21 – Amplitudes des modes 3 [—], 5 [—], 2 [---], 9 [---] et 16 [—] en fonction de la modification en fréquence appliquée au mode 9.

Le Tableau 5.7 donne les modes dont l'amplitude est mesurée, leur fréquence ainsi que leurs variations d'amplitude maximale et minimale.

Mode	Fréquence	Variation d'amplitude	
		max	min
2	$\simeq 93Hz$	$+3.6dB$	\times
3	$\simeq 210Hz$	$+5.5dB$	$-4.5dB$
5	$\simeq 403Hz$	$+4.1dB$	$-1.1dB$
9	$\simeq 620Hz$	$+2.8dB$	$-0.1dB$
16	$\simeq 830Hz$	$+2.0dB$	$-2.8dB$

TABLEAU 5.7 – Variations maximale et minimale d'amplitude des modes de la table d'harmonie dans le cas simulé.

Bien que les objectifs du contrôle ne soient pas les mêmes dans le cas expérimental et dans le cas simulé, les évolutions des amplitudes y sont similaires. Lorsque le mode 9 est décalé vers les basses fréquences, le fait de le redresser à l'aide du contrôle d'état dérivé provoque une augmentation d'amplitude dans sa bande de fréquence voisine. Lorsqu'il est décalé vers les hautes fréquences, cela provoque une diminution d'amplitude de sa bande de fréquence voisine. Les variations d'amplitudes données par la Figure 5.21 et dans le Tableau 5.7 sont du même ordre de grandeur que celles observées expérimentalement.

Cependant, des différences existent entre les résultats expérimentaux et simulés. Par exemple, la variation d'amplitude maximale est obtenue expérimentalement pour

le mode 5 alors qu'elle est obtenue pour le mode 3 en simulation. La variation d'amplitude du mode 2 n'est jamais négative et se remet à croître lorsque celle des autres diminue. Néanmoins, la simulation décrit bien le comportement du contrôle d'amplitude puisqu'elle permet d'obtenir des résultats observés expérimentalement même s'ils restent incompris. Elle permet, par exemple, d'observer que l'amplitude du mode 16 évolue à l'opposé de celle des autres modes. Cela autorise à conclure que ce phénomène n'est pas dû à une erreur de modélisation puisque, comme décrit en annexe B sur la Figure B.6, la simulation contrôle le modèle de la structure à l'aide de ce même modèle.

5.4.3 Comparaison avec le contrôle d'un autre mode

Pour valider le fait que le contrôle d'amplitude est indépendant du mode contrôlé et qu'il s'applique toujours à l'ensemble des modes modélisés, un autre mode est choisi comme cible du contrôle. La Figure 5.22 présente les résultats obtenus lorsque le mode 2 de la table d'harmonie est contrôlé. Pour simplifier la lecture, seuls quelques cas sont présentés ici.

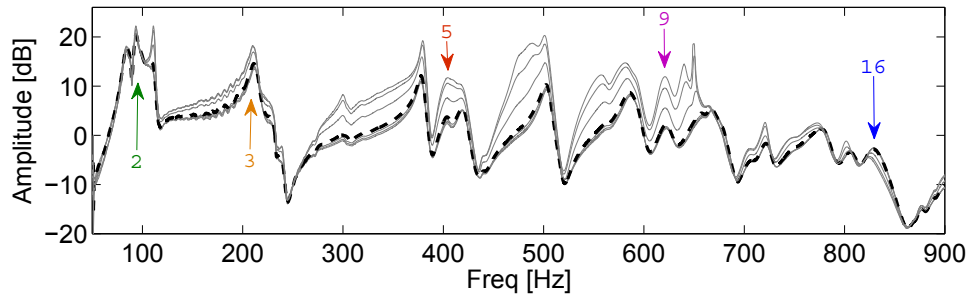


FIGURE 5.22 – Contrôle de l'amplitude modale grâce au mode 2. FRF de référence non contrôlée [---] et cas de diminutions et d'augmentations de l'amplitude [—].

Cette figure permet de constater que, bien que les objectifs de contrôle ne soient pas les mêmes pour le mode 9 et 2, les résultats des Figures 5.18 et 5.22 sont très proches. Les amplitudes sont modifiées sur toute la bande de fréquence et leurs évolutions pour chaque mode semblent être les mêmes dans les deux cas. Les modes apparaissant lors des contrôles extrêmes sur la Figure 5.18 sont également visibles sur la Figure 5.22 et le mode 16 possède également une évolution d'amplitude opposée à celle des autres.

La Figure 5.23 donne l'évolution des amplitudes des modes déjà étudiés pour différents cas de contrôle. Le Tableau 5.8 donne les variations d'amplitude maximale et minimale pour ces modes.

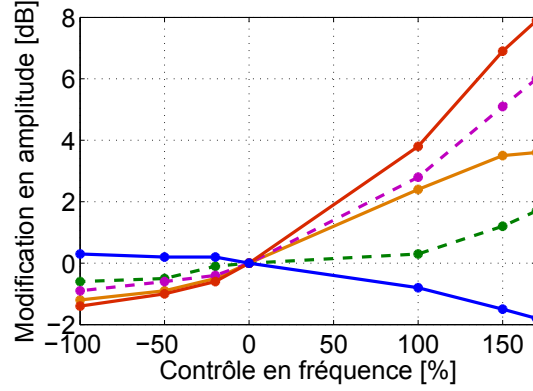


FIGURE 5.23 – Amplitudes des modes 5 [—], 9 [---], 3 [—], 2 [---] et 16 [—] en fonction de la modification en fréquence appliquée au mode 2.

Mode	Fréquence	Variation d'amplitude	
		max	min
2	$\simeq 93Hz$	$+1.7dB$	$-0.6dB$
3	$\simeq 210Hz$	$+3.6dB$	$-1.2dB$
5	$\simeq 403Hz$	$+7.9dB$	$-1.4dB$
9	$\simeq 620Hz$	$+6dB$	$-0.9dB$
16	$\simeq 830Hz$	$+0.3dB$	$-1.8dB$

TABLEAU 5.8 – Variations maximale et minimale d'amplitude des modes de la table d'harmonie lorsque le mode 2 est contrôlé.

La première remarque est que les variations d'amplitude maximales et minimales de la plupart des modes étudiés sont proches de celles obtenus dans le Tableau 5.6. Cela confirme que, en utilisant la méthode de contrôle proposée, la modification d'amplitude des modes d'une structure est indépendante du mode contrôlé. Il est également possible de remarquer que, pour atteindre des modifications d'amplitude similaires, le contrôle à appliquer au mode 9 et au mode 2 ne sont pas les mêmes. Pour atteindre une augmentation d'amplitude de $7.5dB$ du mode 5, il a fallu contrôler la fréquence du mode 9 de -100% alors que pour obtenir une augmentation de $7.9dB$ de ce même mode il a fallu contrôler la fréquence du mode 2 de $+170\%$. Cela est dû au fait que la masse effective de chaque mode est différente.

5.4.4 Bilan

Ces résultats expérimentaux démontrent que la méthode de contrôle d'amplitude proposée est efficace. Elle permet de modifier l'amplitude d'une large bande de fréquence en ne contrôlant qu'un seul mode. Les résultats obtenus par le contrôle d'un mode peuvent également être obtenus par le contrôle d'un autre mode. Les modifications d'amplitude obtenues sont importantes et comparables aux modifications d'amplitude obtenues par une combinaison d'un contrôle en amortissement et en fréquence. De plus,

cette méthode permet de modifier largement l'amplitude des zones sur lesquelles ne se trouve pas de mode et ce en conservant les fréquences et les facteurs d'amortissement des modes de la bande de fréquence contrôlée. Elle permet également de contrôler ces paramètres en plus du contrôle en amplitude. Elle semble donc répondre aux objectifs visés dans la section 3. Cependant, cette méthode, et plus généralement le contrôle d'état modal, a également des limites. Le paragraphe suivant se propose de les détailler.

5.5 Limites du contrôle actif modal

Un système de contrôle, quel qu'il soit, possède des avantages et des inconvénients. Il est important, avant d'utiliser un type de contrôle ou un autre, d'en connaître les forces et les limites. Cette section vise à présenter les limites apparues lors de l'utilisation des différents types de contrôle proposés.

5.5.1 Limites du contrôle d'état modal

Pour un système donné, il n'est jamais possible d'appliquer n'importe quel contrôle. L'une des limites du contrôle modal repose, comme dans beaucoup de systèmes de contrôle, sur la stabilité. Cette limite doit être étudiée, mais il est parfois difficile de prendre en compte tous les paramètres ayant une influence sur celle-ci. Un contrôle théoriquement stable peut se révéler instable expérimentalement pour diverses raisons, comme par exemple les limites de saturation physiques imposées par les transducteurs utilisés. Si elles sont mal gérées, les erreurs de calcul ou de modélisation peuvent également être des sources d'instabilité. Ces erreurs peuvent également introduire des défauts dans le contrôle. La Figure 5.3 présente un de ces cas. Lorsque l'amortissement du mode ciblé est contrôlé, un pic très fin à environ $440Hz$ apparaît dans la FRF. Ce pic peut être dû à un mode non modélisé et perturbé par le contrôle. Cependant, il est difficile d'affirmer qu'il ne s'agit pas simplement d'un défaut du système de contrôle.

Les Figures 5.8 et 5.9 et les Figures 5.10 et 5.11 illustrent le fait que l'amplitude et l'amortissement des modes, sont modifiés lorsque ces derniers sont contrôlés en fréquence. Cela peut être dû au fait que la position d'un mode par rapport aux autres a en pratique une influence, si petite soit-elle, sur ses paramètres modaux. Lorsqu'un mode est déplacé en fréquence son amplitude est donc modifiée par les autres modes. De plus, l'utilisation d'un système de contrôle actif numérique introduit également une modification d'amortissement sur les modes contrôlés et modifie par conséquent l'amplitude de ces derniers [43]. Ces modifications peuvent entraîner des instabilités lors du contrôle. Cependant, et comme c'est le cas pour les Figures 5.8 et 5.10, ces instabilités peuvent être évitées, ou au moins repoussées, grâce à l'utilisation d'un contrôle en amortissement. Des décalages en fréquence importants peuvent alors être imposés aux modes lorsque le contrôle est appliqué à la fois en fréquence et en amortissement.

Une autre limite du contrôle modal est que les objectifs ciblés par ce dernier ne sont pas toujours atteints. Par exemple, la Figure 5.8 annonce un contrôle de -25% en fréquence du mode identifié à $213.5Hz$, c'est à dire un décalage d'environ $53Hz$. La

fréquence du mode contrôlé est mesurée à $168.6Hz$ ce qui correspond à un décalage de -21% par rapport à la fréquence d'origine. Combinées aux phénomènes d'instabilité, ces erreurs rendent certains contrôles difficiles à mettre en œuvre. Il est en effet très difficile de modifier un seul paramètre modal sans agir sur les autres, ne serait-ce que légèrement. Les modifications fréquentielles des modes en hautes fréquences sont également plus difficile qu'en basses fréquences. De plus les possibilités offertes par un système de contrôle d'état modal dépendent fortement des caractéristiques de l'observateur. Il est souvent nécessaire, en fonction du nombre de modes à contrôler, de leur fréquence et de la cible du contrôle à appliquer, de réaliser un compromis entre la vitesse et la précision de l'observateur. Ce compromis introduit nécessairement des erreurs dans le résultats du contrôle et doit être fait avec précautions.

5.5.2 Limites du contrôle d'amplitude

Contrôle non indépendant La première critique qu'il est possible d'adresser à cette approche est l'utilisation d'une méthode modale pour modifier l'amplitude d'une large bande de fréquence. Le contrôle proposé ne permet pas la modification de l'amplitude d'un mode sans modifier celle des modes voisins. Il peut donc paraître lourd d'utiliser la modélisation des modes d'une structure pour ne pas les contrôler indépendamment les uns des autres. Ce point est abordé dans la section 3.2.3. Cependant cette méthode est assez nouvelle et doit être étudiée plus précisément pour conclure sur son incapacité à contrôler l'amplitude des modes séparément. La section 6.2.2.3 présente d'ailleurs un cas dans lequel le contrôle en amplitude est plus ciblé.

Stabilité Une autre limite de la méthode proposée est qu'aucun objectif sur l'amplitude ne peut être fixé à l'avance. Le formalisme lié au contrôle d'amplitude, à l'aide de l'état et de l'état dérivé, n'est en ce sens pas encore totalement abouti. Le choix des gains appliqués aux termes d'accélération se fait donc en tâtonnant. Le premier point à respecter lors de cette étape est de conserver les pôles du système dans la zone stable du plan correspondant. Pour un système discret, la zone stable du plan Z correspond à l'intérieur du cercle unité, comme décrit sur la Figure 2.5. Le second point important est de garder chacun des pôles constituant une paire conjuguée, dans leurs demi plans verticaux respectifs. En effet, si la fréquence d'un pôle situé dans le demi plan supérieur du plan Z dépasse une certaine valeur, ce pôle peut passer dans le demi plan inférieur. Dans ce cas, son pôle conjugué passe en même temps du demi plan inférieur au demi plan supérieur. Les caractéristiques du mode correspondant sont alors modifiées de manière contraire aux objectifs puisqu'un pôle prend alors le rôle de son conjugué. Un exemple pour lequel des pôles conjugués ne sont pas conservés dans leurs demi plans respectifs est présenté sur la Figure 5.24. Dans ce cas, le décalage en fréquence du mode 9 est au maximum de -150% . Ce cas de contrôle paraît physiquement impossible. Le fait de ramener les pôles à leurs positions originales grâce au contrôle d'état semblent pourtant permettre cette étape intermédiaire. Néanmoins, il reste impossible d'appliquer un contrôle qui placerait les pôles du système trop loin de la zone de stabilité. Si

tel est le cas le système devient tout de même instable, et ce, même si les pôles sont ramenés dans la zone de stabilité.

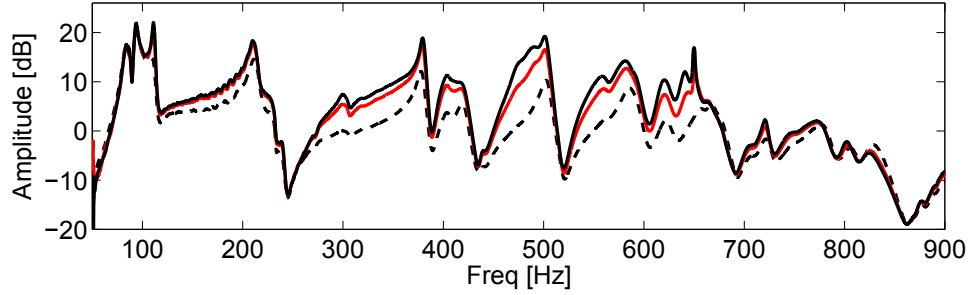


FIGURE 5.24 – Illustration de l’inversion des pôles conjugués dans le plan Z. FRF de référence [— —], cas du contrôle d’amplitude maximum [—] et cas pour lequel les pôles conjugués sont inversés correspondant à un contrôle de -150% [—].

La Figure 5.24 montre que lorsque le contrôle en fréquence dépasse une certaine valeur, ici un décalage de -100% , l’amplitude des modes visibles sur la FRF diminue alors que jusqu’à présent elle augmentait. Cette limite dépend de la fréquence du mode contrôlé et de la période d’échantillonnage utilisée dans le système de contrôle. À titre d’exemple, dans le cas de la Figure 5.22 présentant le contrôle du deuxième mode de la table d’harmonie cette limite est par exemple de 170% .

Spillover Le fait de modifier les amplitudes modales introduit également un phénomène de spillover, qui limite les possibilités du contrôle. La Figure 5.25 présente les FRF des deux cas extrêmes de modification d’amplitude correspondant à la Figure 5.18.

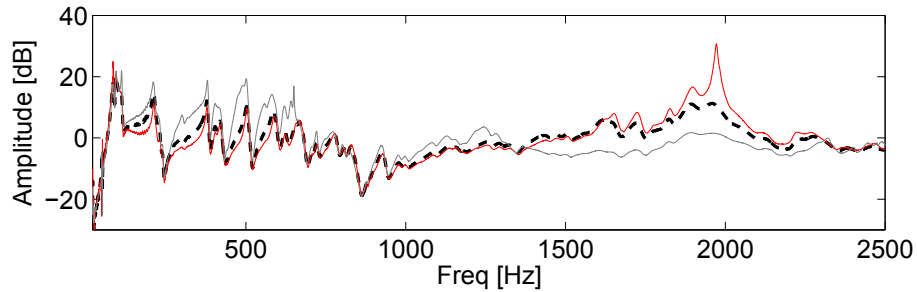


FIGURE 5.25 – Illustration du phénomène de spillover lors du contrôle en amplitude. FRF de référence [— —] et contrôles maximum [—] et minimum [—] atteignables.

Ces courbes montrent que lorsque l’amplitude des modes modélisés est contrôlée, les modes qui n’ont pas été pris en compte dans le modèle de la structure sont également affectés. Le mode se trouvant à environ 2000 Hz est particulièrement perturbé par le contrôle. Le fait que son amortissement soit modifié empêche d’augmenter ou de diminuer encore l’amplitude des modes sous peine de rendre le système de contrôle instable. Les solutions existantes pour éviter ce phénomène sont détaillées dans 2.10. Un autre

exemple de spillover peut être observé sur la Figure 5.18. Lorsque l'amplitude des modes est augmentée, deux pics à environ $110Hz$ et $650Hz$ et ayant un amortissement très faible apparaissent. Ces pics, ainsi que les modes visibles à environ $470Hz$ et $560Hz$, sont certainement dus à des modes non modélisés excités par le contrôle en amplitude. Une solution est de les inclure dans le modèle utilisé par le système de contrôle.

Modification des paramètres modaux Une dernière remarque sur la méthode proposée porte sur la modification des paramètres modaux. La Figure 5.18 montre que le contrôle en amplitude modifie légèrement les fréquences et les amortissements des modes affectés par ce contrôle. La fréquence du mode situé à $585Hz$ se décale par exemple de $-4Hz$ lorsque son amplitude est maximale. Son facteur d'amortissement passe quant à lui de 0.015 à 0.018, soit un décalage de $+20\%$. Cela est certainement dû au fait qu'en modifiant l'amplitude des modes le couplage entre ces derniers est également modifié et influence les autres paramètres modaux. L'apparition des modes non modélisés influence également ces paramètres.

Chapitre 6

Étude du couplage sur le son

6.1 Étude préliminaire du couplage corde/table, effet sur le son

6.1.1 Illustration sur le violoncelle

Pour les instruments à cordes, le phénomène de couplage entre les cordes et la table d'harmonie est essentiel. Les luthiers apportent une attention particulière à ce point en fonction des instruments qu'ils fabriquent. Pour les instruments à cordes pincées, les luthiers doivent ajuster ce couplage pour obtenir à la fois un son puissant et dont la durée est assez longue. Cela est possible grâce à un bon transfert d'énergie de la corde vers la table d'harmonie, permettant un rayonnement efficace, qui ne doit cependant pas être trop rapide, pour assurer une bonne tenue des notes. Pour les instruments à cordes frottées, l'approche est différente. En effet, si dans les instruments à cordes pincées le couplage doit être ajusté, c'est que l'excitation appliquée par le musicien sur l'instrument n'est que très courte. L'énergie apportée par le musicien est limitée dans le temps. Pour les instruments à cordes frottées, l'énergie apportée par le musicien est permanente. Le couplage entre les cordes et la table semble donc moins préoccupant puisqu'aucune contrainte sur la tenue des notes n'est imposée. Cependant ce couplage peut amener de nouveaux problèmes. Le plus connu est appelé la note du loup. Ce phénomène indésirable peut être défini par l'apparition de battements dans le son lorsque l'instrument est joué dans une certaine zone de fréquences [91, 100, 40, 50]. Ces battements sont dus à une amplitude de vibration importante d'un mode de table. En utilisant la méthode de contrôle présentée dans la section 3 et le dispositif de contrôle présenté dans la section B, Givois [48] a illustré, dans le cadre de son stage de Master 2 ATIAM, l'effet du couplage corde/table sur le loup du violoncelle. L'instrument et le montage expérimental utilisés pour cette étude sont présentés dans la section 4.1.3. Dans un premier temps, l'objectif est de déterminer si le violoncelle utilisé possède une note du loup. En effet, tous les instruments ne sont pas sujet à ce phénomène et quand cela est le cas le loup n'est pas forcément présent pour les mêmes notes. Des mesures d'impédances au chevalet du violoncelle présenté sur la Figure 4.7 permettent

de constater que plusieurs modes possèdent une amplitude élevée et peuvent donc être fortement couplés avec un mode de corde. Si une note du loup est présente sur cet instrument elle se trouve certainement à une fréquence proche d'un de ces modes. Un loup est effectivement trouvé sur le Mi3 du violoncelle situé à 164Hz . La Figure 6.1 donne le signal temporel et le spectrogramme de la fondamentale lorsque cette note est jouée.

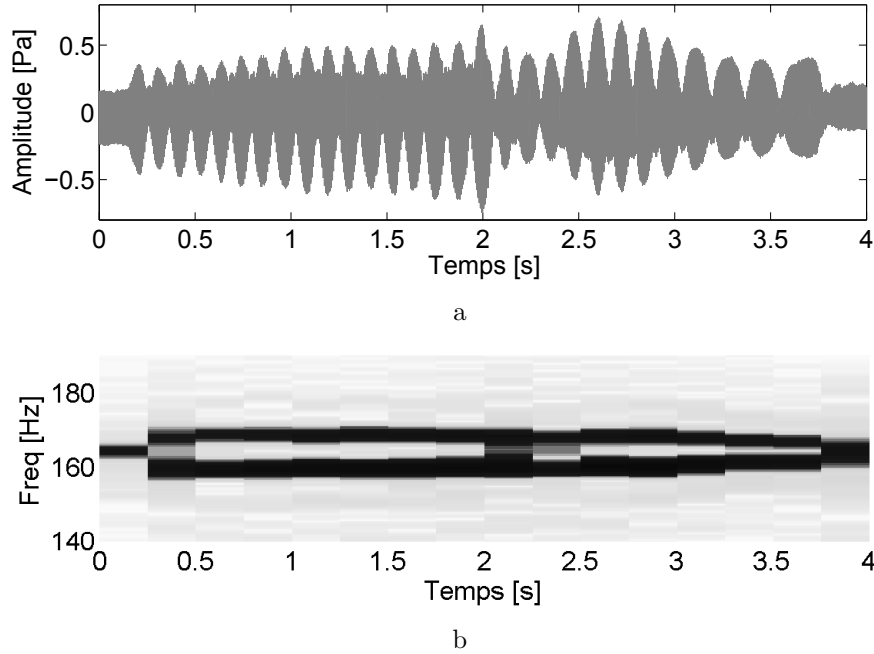


FIGURE 6.1 – Évolution temporelle (a) et spectrogramme zoomé sur la fondamentale (b) du signal rayonné par le violoncelle. Les battements correspondent au phénomène de loup.

Le battement est clairement visible sur le signal temporel mesuré. Sa fréquence dépend de la fréquence des modes de table et de corde, de la force appliquée par l'archet sur la corde ainsi que de sa vitesse [63]. Le spectrogramme de la Figure 6.1 permet de constater que deux fréquences très proches de la fondamentale sont présentes dans le son.

La Figure 6.2 présente la fonction de transfert mesurée entre le capteur et l'actionneur utilisés par le système de contrôle. Le deuxième mode, identifié à 162Hz , est le mode le plus proche de la note sur laquelle apparaît le loup. Afin de supprimer ce phénomène, un contrôle est donc appliqué sur ce mode. Son amortissement est modifié de $+200\%$. La Figure 6.2 montre le résultat du contrôle sur le mode ciblé.

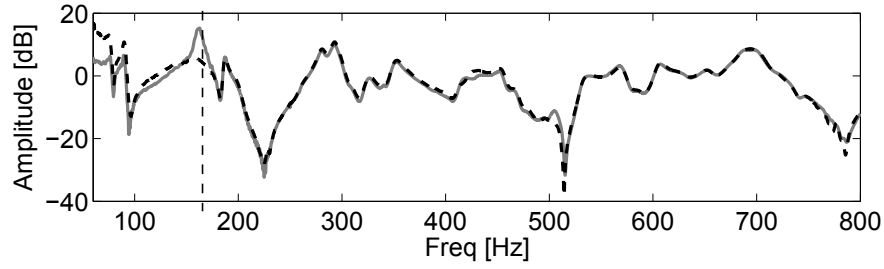


FIGURE 6.2 – FRF entre capteur et actionneur avec [---] et sans contrôle [—] du deuxième mode identifié. Le trait pointillé vertical indique le Mi_3 à $164Hz$.

Le contrôle est ensuite activé pendant une durée de 1 seconde lorsque le Mi_3 du violoncelle est joué. La Figure 6.3 donne le signal temporel et le spectrogramme correspondant pour 3 secondes de contrôle intermittentes. Aux vues de ces figures, il est

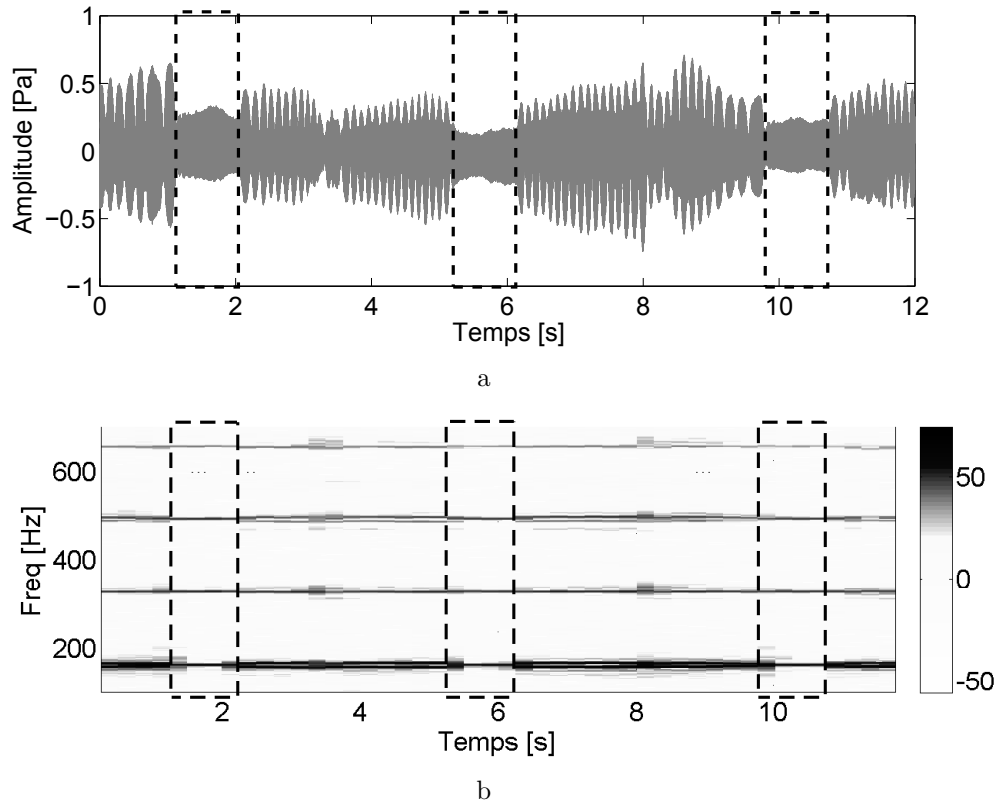


FIGURE 6.3 – Évolution temporelle (a) et spectrogramme (b) du signal rayonné par le violoncelle. Les battements correspondent au phénomène de loup. Les zones encadrées correspondent aux périodes pendant lesquelles est appliqué le contrôle.

clair que le contrôle permet de supprimer la note du loup. L'amortissement du second mode de la table d'harmonie augmentant, le couplage entre ce mode et le mode de corde diminue, faisant ainsi disparaître le phénomène indésirable. La Figure 6.4 montre un zoom de la Figure 6.3b centré sur la zone de contrôle.

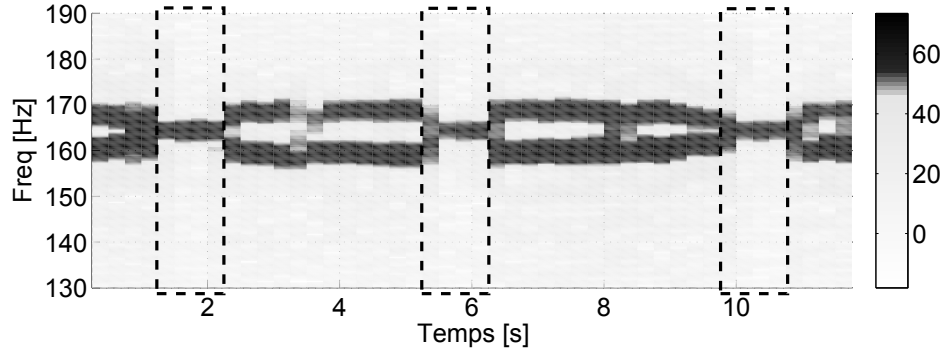


FIGURE 6.4 – Zoom de la Figure 6.3b sur le fondamental de la note jouée.

Lorsque le mode de table est contrôlé, le fondamental redevient un partiel composé d’une seule fréquence. Dans ce cas, le son devient stable. L’effet indésirable est supprimé par le contrôle. Il est intéressant de noter que la fréquence obtenue lors du contrôle est celle autour de laquelle le battement s’établit lorsque le loup n’est pas contrôlé. Le son correspondant à la Figure 6.3 peut être écouté en cliquant sur 🎵.

6.1.2 Observation du phénomène de couplage

Afin d’observer le phénomène de couplage, le contrôle peut être utilisé comme un outil d’étude. Cela peut participer à la compréhension des phénomènes complexes impliqués dans le fonctionnement des structures fines que sont les instruments de musique. Le couplage en est un bon exemple. Cependant, il n’est pas certain qu’une structure, couplée avec un élément non pris en compte dans sa modélisation, puisse être contrôlée grâce aux méthodes de contrôle modal. Le monocorde est utilisé pour confirmer que le contrôle permet d’étudier ce phénomène.

Le montage expérimental est présenté dans la section 4.1.1. L’excitation de la corde est réalisée grâce au marteau de piano décrit dans cette section. La corde de guitare basse utilisée est réglée pour avoir une fondamentale à 110Hz donnant un La_2 . Le couplage entre le troisième partiel de ce signal et les modes 9 et 10 de la table d’harmonie est étudié. Ce partiel est choisi car il correspond à la quinte de la fréquence fondamentale de la corde. Plus que l’octave ou que la double octave, la quinte est considérée comme un partiel facilement perceptible dans un son de corde. C’est pourquoi ce partiel a été choisi pour cet exemple. Les modes 9 et 10 de la table d’harmonie ont été choisis car leurs fréquences propres sont les plus proches de la fréquence du troisième partiel de corde. Le contrôle qui leur est appliqué consiste à les éloigner de ce partiel. Ainsi le couplage entre ces deux modes et le partiel de corde est diminué et l’effet de ce découplage peut être observé dans le son rayonné par la table d’harmonie. Les modes contrôlés sont marqués par des flèches sur la Figure 6.5.

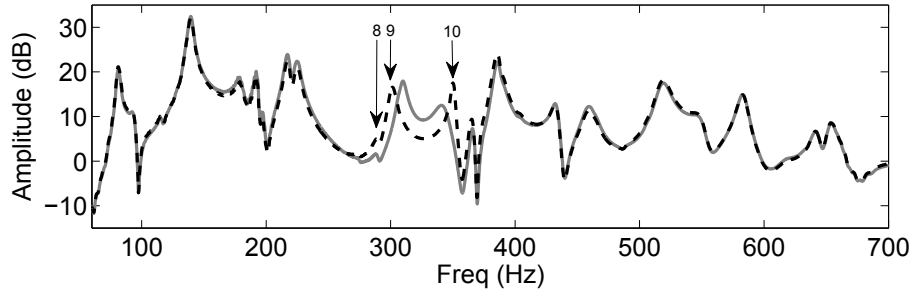


FIGURE 6.5 – FRF de référence [—] et contrôlée [---] de la table d'harmonie du monocorde.

Cette figure présente les FRF de la table d'harmonie avec et sans contrôle entre le capteur et l'actionneur. Les cibles de ce contrôle sont données dans le Tableau 6.1.

Mode	Fréquence	Modification
9	$\simeq 310Hz$	Fréquence décalée de -2.5%
10	$\simeq 340Hz$	Fréquence décalée de $+2.5\%$

TABLEAU 6.1 – Contrôle appliqué aux modes ciblés pour observer l'effet du couplage corde/table d'harmonie.

Afin de diminuer le couplage entre les modes de la table d'harmonie et le troisième partiel de la corde, les modes 9 et 10 sont décalés en fréquence respectivement de -2.5% et de $+2.5\%$. Les pôles du système non contrôlé et du système contrôlé sont donnés dans le plan s sur la Figure 6.6.

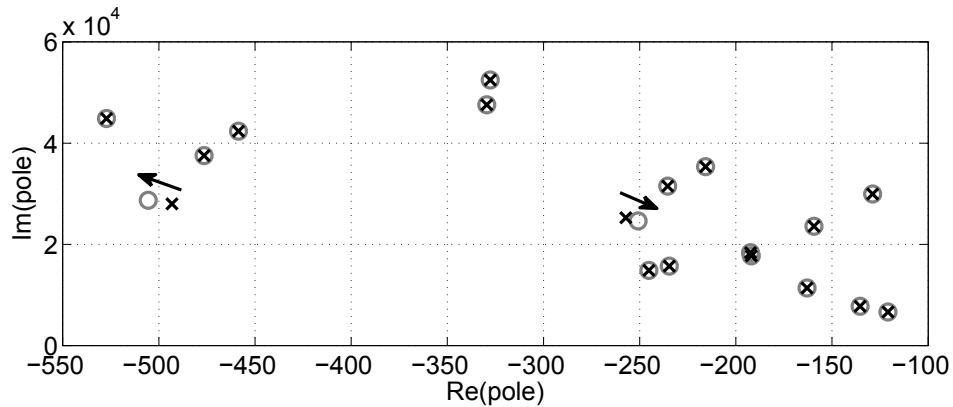


FIGURE 6.6 – Effet du contrôle (\rightarrow) sur les pôles à partie imaginaire positive du modèle de la structure. Pôles du système contrôlé (O) et non contrôlés (\times) présentés dans le plan s .

La Figure 6.5 permet de constater que le mode 9 est bien décalé vers les basses fréquences, tandis que le mode 10 est décalé vers les hautes fréquences. Il est également possible de constater que le mode 8, marqué d'une flèche sur la Figure 6.5, est affecté par le contrôle. Ce mode se trouve être proche du mode 9. Lorsque ce dernier est déplacé en

fréquence, il est rapproché du mode 8 et l'influence de ces deux modes l'un sur l'autre augmente. L'amplitude du mode 8 augmente donc lorsque le mode 9 se rapproche de lui. Le contrôle est ensuite appliqué lorsque la table d'harmonie est excitée directement par la corde. Le son rayonné par la table d'harmonie est alors mesuré par un microphone se trouvant à 1 mètre en face de la structure. La Figure 6.7 présente la transformée de Fourier de ces signaux.

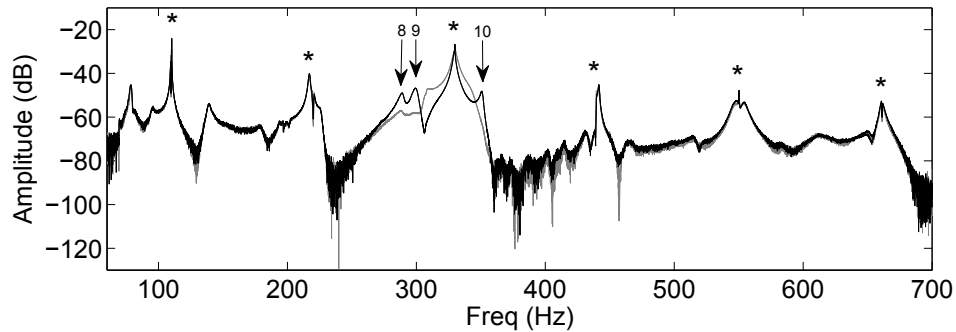


FIGURE 6.7 – Spectre du son rayonné par la table d’harmonie contrôlée [—] et non contrôlée [---]. Les (*) indiquent les partiels du son de corde.

Deux mesures sans contrôle et deux mesures avec contrôle sont présentées afin de démontrer la répétabilité du marteau de piano servant de système d’excitation. Les modes contrôlés, ainsi que le mode 8, sont marqués par des flèches. Les pics correspondant aux fréquences des partiels de corde sont marqués par des étoiles.

La première remarque qui peut être faite est que le contrôle est efficace lorsque la table d’harmonie est excitée par la corde. Dans la transformée de Fourier de ces signaux, les modes 9 et 10 ont bien été décalés en fréquence selon les objectifs du contrôle. Il est également possible de remarquer que l’amplitude du mode 8 augmente également dans le son rayonné. La seconde remarque concerne le fait que les modes de vibration ont bien un rôle important dans le son rayonné par un instrument puisqu’il sont clairement visible dans la transformée de Fourier de ces sons. Cependant, le rayonnement des modes n’est pas le sujet d’étude de cette partie. Il est simplement important de noter que les modes contrôlés sont bien des modes qui rayonnent puisqu’ils sont visibles dans les mesures. Enfin la dernière remarque concerne le couplage corde/table d’harmonie et l’effet que celui-ci a sur le son. La Figure 6.8 montre que le contrôle permet de modifier ce couplage.

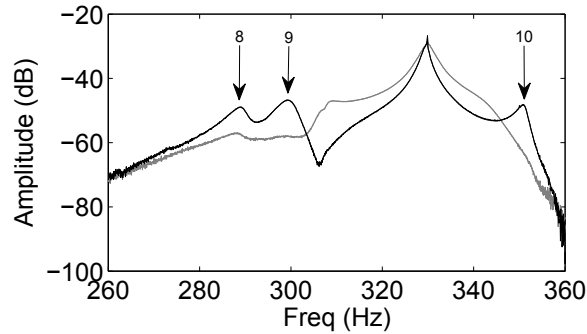


FIGURE 6.8 – Zoom de la Figure 6.7 sur la zone contrôlée.

Le fait d'éloigner les modes 9 et 10 du troisième partiel de corde permet de modifier l'amortissement de ce dernier. Lorsque la table d'harmonie n'est pas contrôlée, les modes 9 et 10 ainsi que le partiel ciblé sont mélangés. Il n'est alors pas possible de distinguer clairement et indépendamment les modes de table. Le couplage entre ces modes et le partiel de corde entraîne un amortissement élevé pour ce dernier. Cela peut s'expliquer par le fait que grâce à ce couplage, l'énergie de la corde se transmet facilement à la table d'harmonie et est alors rapidement rayonnée par cette dernière. L'amortissement du partiel est alors assez élevé. Lorsque la structure est contrôlée, le couplage entre la table d'harmonie et le partiel diminue. Dans ce cas il est possible de distinguer les modes et le partiel indépendamment les uns des autres. La Figure 6.8 montre que l'amortissement du partiel de corde est alors modifié puisque le pic correspondant est plus fin. Le couplage ayant diminué, l'énergie de la corde se transmet moins facilement à la table d'harmonie et met plus de temps à être complètement épuisée. Le contrôle semble donc bien avoir un effet sur le couplage entre les modes et les partiels de cordes s'il est choisi de manière adéquat. Afin de confirmer ces observations, les évolutions temporelles de ces mesures sont étudiées. La Figure 6.9 donne les spectrogrammes correspondant dans le cas de la table d'harmonie contrôlée et non contrôlée.

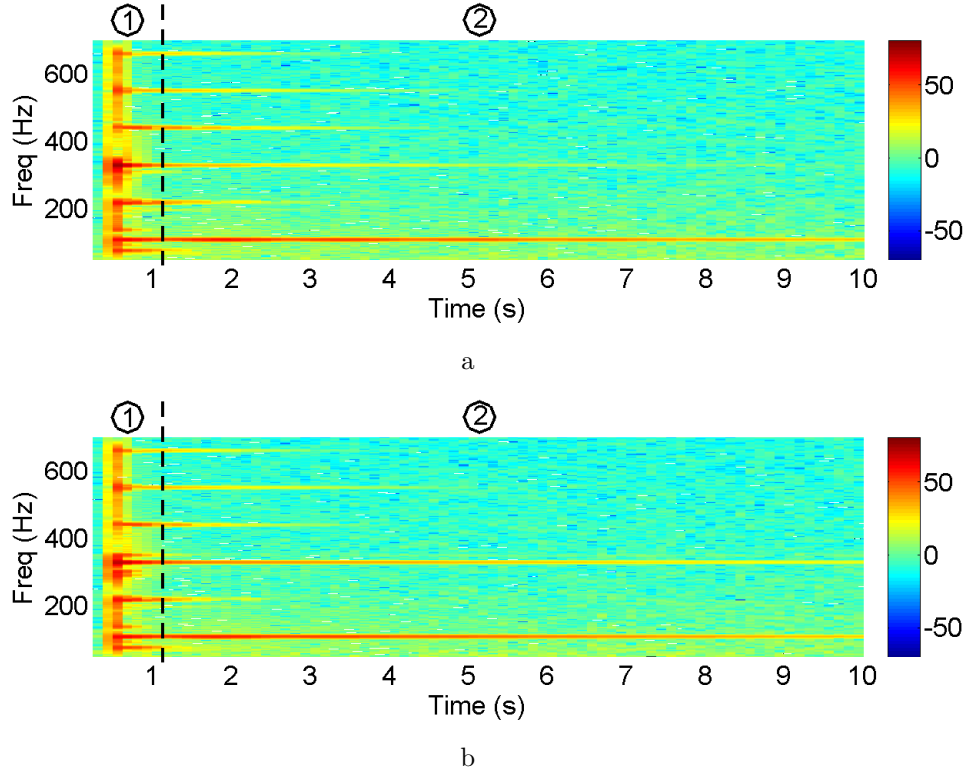


FIGURE 6.9 – Spectrogrammes des sons rayonnés par la table d’harmonie contrôlée (b) et non contrôlée (a) et excitée par la corde.

Aux vues de ces spectrogrammes, il est possible de diviser le son en deux parties marquées par ① et ② sur la Figure 6.9. La première partie a une durée d’environ 1 seconde pendant laquelle de nombreuses fréquences sont générées. Elle correspond à la combinaison entre le signal de corde et la réponse de la table d’harmonie. Le contrôle de la table d’harmonie peut être observé dans cette partie puisque le décalage en fréquence des modes 9 et 10 est visible. En effet, les deux pics combinés au troisième partiel de corde sur la Figure 6.9a sont séparés sur la Figure 6.9b. L’augmentation en amplitude du mode 8 est également observable. Cette première partie du son est donc clairement modifiée par le contrôle de la table d’harmonie. La seconde partie du son correspond à la décroissance du signal de corde. Dans cette partie, les fréquences restantes correspondent aux partiels de corde. Sur la Figure 6.9b, l’amortissement du troisième partiel de corde a clairement diminué par rapport à celui de la Figure 6.9a. Pour illustrer ce phénomène, la Figure 6.10 donne l’amplitude de ce partiel au cours du temps dans les deux cas étudiés.

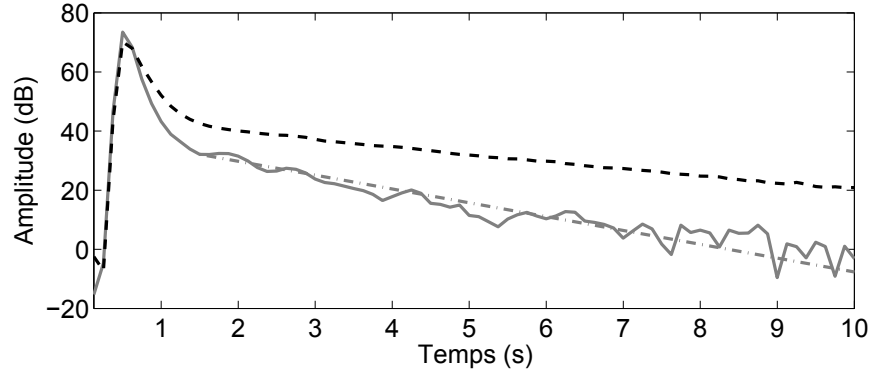


FIGURE 6.10 – Évolution temporelle du troisième partiel du son de corde lorsque la table est contrôlée [---] et non contrôlée [—].

Cette figure démontre que l’amortissement du troisième partiel de corde est modifié puisque la pente de la courbe est moins importante lorsque la table d’harmonie est contrôlée. Le quatrième partiel de corde est légèrement modifié par le contrôle de la table d’harmonie. Cela est dû au fait que le contrôle des modes 9 et 10 de la table a un léger impact sur les modes supérieurs comme le montre la Figure 6.9. Cependant, ces effets sont faibles. Les sons correspondant à la Figure 6.9 peuvent être écoutés en cliquant sur 🎵 pour le son de référence et sur 🎵 pour le son contrôlé.

6.2 Étude du couplage corde/table

Le contrôle actif modal est donc un moyen efficace d’étudier le couplage corde/table d’harmonie. Les deux cas précédents démontrent que cet outil permet de modifier ce couplage lorsque l’excitation est de type corde frottée ou corde frappée. Ces conditions correspondent à des excitations forcée et libre. Pour comprendre plus précisément le couplage, une étude analytique est d’abord réalisée. La modification expérimentale du couplage est ensuite étudiée grâce à l’application du contrôle actif modal sur la table d’harmonie d’une guitare.

6.2.1 Couplage faible/couplage fort, étude analytique

Dans [49, 50], Gough a étudié le couplage en comparant des résultats théoriques basés sur un modèle de circuit électrique analogique à des mesures d’admittance au chevalet de deux cordes de *Sol* montées sur un violon. En modifiant les paramètres accessibles de son montage expérimental il donne des résultats sur le phénomène de note du loup et sur les modes transverses de la corde. Cependant plusieurs paramètres décisifs dans cette étude ne peuvent pas être modifiés expérimentalement. C’est le cas par exemple des paramètres modaux de la table d’harmonie qui sont décrits dans les équations données par Gough comme des paramètres essentiels dans le phénomène de couplage. La modélisation du couplage donnée par Gough est utilisée ici pour étudier

l'influence des paramètres modaux des modes de la table d'harmonie d'une guitare sur le couplage avec une corde. Pour étudier ce phénomène Gough décrit la réponse de la corde couplée à la table en terme d'admittance mécanique définie pour le $p^{ième}$ partiel de la corde par

$$A_p = \frac{2}{\rho_l} \frac{j\omega}{(\Omega_p^2 - \omega^2 + j\omega^2/Q^*)}, \quad (6.1)$$

avec

$$\Omega_p^2 = \omega_p^2 - \frac{(\omega_B^2 - \omega^2)\alpha^2}{(\omega_B^2 - \omega^2)^2 + (\omega^2/Q_B)^2}, \quad (6.2)$$

et

$$\frac{1}{Q^*} = \frac{1}{Q_p} + \frac{\alpha^2/Q_B}{(\omega_B^2 - \omega^2)^2 + (\omega^2/Q_B)^2}. \quad (6.3)$$

Les pulsations des modes de la corde sont données par

$$\omega_p = c_c k_p, \quad (6.4)$$

avec $c_c = \sqrt{T/\rho_l}$ la célérité des ondes dans la corde et $k_p = p\pi/l$. Les paramètres T , ρ_l et l sont respectivement la tension, la masse linéique et la longueur de la corde. Q_B , ω_B and Q_p sont respectivement le facteur de qualité du mode de table, sa pulsation propre et le facteur de qualité du mode de corde. Le coefficient α est donné par

$$\alpha = \sqrt{\frac{2\rho_l\omega_p^4}{m_B(p\pi)^2}}, \quad (6.5)$$

avec m_B la masse effective du mode de table. Il est alors possible d'étudier l'influence des paramètres modaux de la table sur son couplage avec la corde. Dans le cas où les fréquences de la corde et du mode de table sont assez proches, Gough donne un paramètre permettant de définir si le couplage est fort ou faible. Ce paramètre de couplage est donné par

$$K_{couplage} = \frac{2Q_B}{p\pi} \sqrt{\frac{2\rho_l}{m_B}}. \quad (6.6)$$

Si $K_{couplage} < 1$ le couplage est considéré comme faible. Si $K_{couplage} > 1$ le couplage est considéré comme fort. Grâce à une formulation approchée de 6.1, les fréquences des pics couplés dans ces deux cas sont données par

$$\Omega_{\pm}^2 = \omega_+^2 \pm \sqrt{\omega_-^4 + \alpha^2}, \quad (6.7)$$

avec

$$\omega_{\pm}^2 = \frac{\omega_B^2 \pm \omega_p^2}{2} + \frac{j}{2} \left(\frac{\omega_B^2}{Q_B} \pm \frac{\omega_p^2}{Q_p} \right). \quad (6.8)$$

Ce modèle est utilisé pour étudier l'influence des paramètres modaux du mode de table sur le couplage avec la corde. Les paramètres de cette dernière sont fixés numériquement en se basant sur les valeurs trouvées dans [105] et rappelées dans le Tableau C.1. La corde modélisée correspond à la corde de La_2 de la guitare présentée dans la section

4.1.2.4. Le mode de table modélisé est un des modes identifiés sur la table d'harmonie dont la fréquence propre est proche du second partiel de corde. Les valeurs numériques de ces paramètres sont données dans le Tableau 6.2.

Paramètre	Valeur identifiée
$\omega_B/2\pi$	213.1 Hz
Q_B	20.16
m_B	0.112 kg

TABLEAU 6.2 – Paramètres modaux du second mode de table.

Dans la suite, lorsque l'un de ces paramètres est modifié numériquement, les autres sont fixes.

6.2.1.1 Influence du facteur d'amortissement

La Figure 6.11 présente l'évolution de l'admittance donnée par 6.1 lorsque le facteur de qualité du mode de table Q_B varie de -90% à $+200\%$.

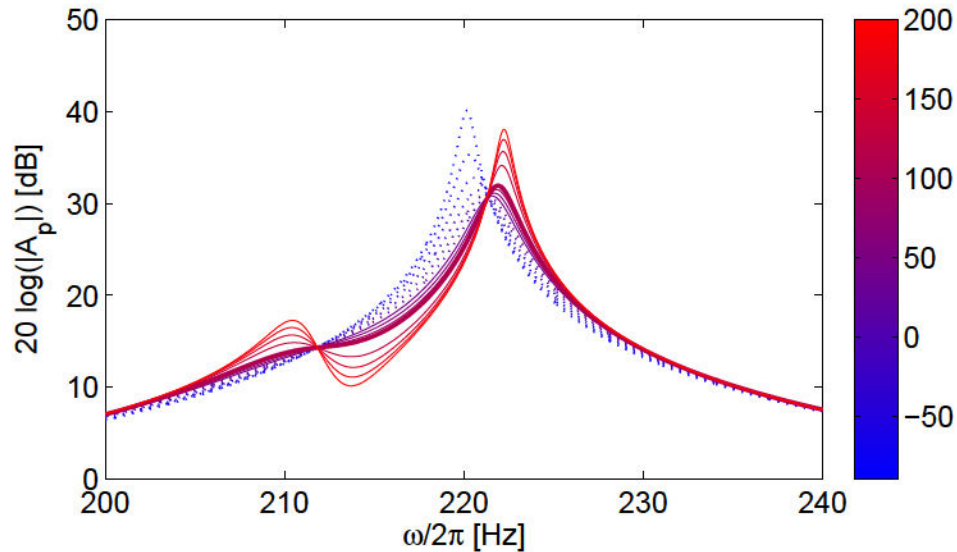


FIGURE 6.11 – Influence du facteur de qualité du mode de table Q_B sur le couplage corde/table. Le gradient de couleur donne le pourcentage dont est modifié Q_B lorsqu'il varie de -90% à $+200\%$. Les pointillés correspondent aux cas de couplage faible et les traits pleins aux cas de couplage fort.

Cette figure permet de constater que l'amortissement du mode de table joue un rôle important dans le couplage corde/table d'harmonie. Les courbes en traits pointillés correspondent au cas d'un couplage faible et celles en traits pleins au cas d'un couplage fort. Sur cette figure et pour les suivantes, la courbe en trait épais correspond au cas pour lequel les paramètres modaux du mode de table n'ont pas été modifiés. Lorsque

l'amortissement du mode de table est élevé, c'est à dire lorsque le facteur de qualité est faible, le couplage devient faible. Dans ce cas, seul le pic de corde est visible. La fréquence de ce dernier est proche mais non égale à celle du mode de corde seule et son amortissement est assez faible. Lorsque l'amortissement du mode de table diminue, c'est à dire lorsque le facteur de qualité augmente, celui du mode de corde augmente et sa fréquence se décale de plus en plus de sa valeur d'origine. Enfin, le couplage devient fort et le phénomène décrit dans la suite par la Figure 6.12b apparaît. Dans ce cas, deux pics sont visibles. Leurs amortissements diminuent en même temps que celui du mode de table. Leurs fréquences ne sont pas celles des modes de corde et de table seuls. Dans ce cas le pic le plus haut continue de monter en fréquence alors que le plus bas semble tout d'abord descendre puis remonter. Les comportements autour de la limite entre couplage fort et couplage faible dépendent des autres paramètres du système. Il se peut que d'autres tendances soient observées si certains de ces paramètres sont différents. Cependant le fait de voir apparaître deux pics dont l'amortissement diminue quand celui du mode de table diminue semble être récurrent.

6.2.1.2 Influence de la fréquence propre

La Figure 6.12 donne les courbes de dispersion des modes couplés dans le cas d'un couplage faible et d'un couplage fort. La fréquence du mode de table est balayée de -15% à $+15\%$ autour de sa fréquence propre. Pour obtenir une condition de couplage

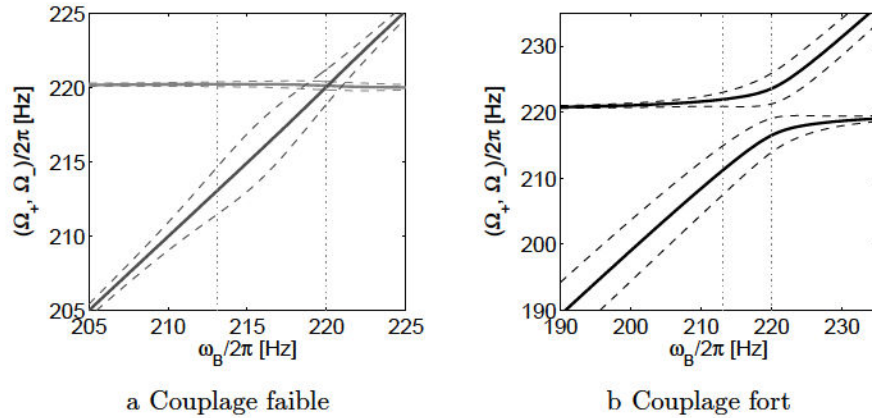


FIGURE 6.12 – Évolution des fréquences et des amortissements lors d'un balayage en fréquence ($\omega_B/2\pi \pm 15\%$) d'un mode de table couplé à un mode de corde. Les traits pleins correspondent à l'évolution des fréquences. Les traits pointillés correspondent à la bande passante à -3 dB. Les droites verticales correspondent aux fréquences propres des modes de table à 213 Hz et de corde à 220 Hz . a Couplage faible avec le mode de table [—] et le mode de corde [---]. b Couplage fort avec les modes fortement couplés [—].

faible, la masse modale du mode est fixée à $m_B = 2$ kg. Pour obtenir une condition de couplage fort elle est laissée à sa valeur identifiée donnée dans le Tableau 6.2. La Figure 6.12a montre que, lorsque des modes de table et de corde sont faiblement couplés et que la fréquence de l'un est modifiée, les deux pics, correspondant à chacun des modes,

coïncident lorsque leurs fréquences sont égales. L'amortissement de ces deux pics est modifié en fonction de l'écart en fréquence entre les modes. L'amortissement du pic de corde est maximum lorsque sa fréquence coïncide avec celle du mode de table. Les fréquences des modes sont également modifiées lors de ce balayage. La Figure 6.12a permet d'observer que la fréquence du pic de corde est modifiée par le couplage. Lorsque le mode de table se situe en dessous de lui, sa fréquence est légèrement plus haute que la fréquence propre du mode de corde seule. Lorsque le mode de table est au dessus de lui, sa fréquence est légèrement en dessous de la fréquence propre du mode de corde seule. Bien que de manière moindre, la fréquence du mode de table est également modifiée lorsqu'il se situe très proche du pic de corde. Dans le cas d'un couplage fort, les deux pics correspondant au mode de table et de corde ne peuvent plus être identifiés comme tels. Dans ce cas, deux pics sont effectivement visibles mais ne se croisent jamais, comme le montre la Figure 6.12b. Les fréquences de ces deux pics, qui ne coïncident donc jamais, varient de manière symétrique par rapport à la fréquence propre du mode de corde. Les amortissements de ces deux modes varient également de manière symétrique par rapport à la fréquence du mode de corde. Lorsque le mode de table se rapproche du mode de corde par les basses fréquences, la fréquence du plus haut pic augmente légèrement alors que celle du pic le plus bas augmente rapidement. Lorsque la fréquence du mode de table dépasse celle du mode de corde, cette tendance s'inverse et l'amortissement du pic le plus bas qui était jusqu'alors le plus important devient plus faible devant celui de l'autre pic. Ce comportement est typique d'un couplage fort. Cependant, bien que les deux pics ne soient jamais à la même fréquence, il est possible qu'ils soient indiscernables. En effet, il se peut que l'amortissement d'un ou des deux pics soit plus important et qu'ils se mélangent. Dans ce cas, il devient difficile de les discerner clairement et même de donner leurs fréquences respectives. Ce cas illustré par la Figure 6.13 correspond à un cas limite de couplage fort pour lequel la masse modale du mode de table est fixée à $m_B = 0.3$ kg. La Figure 6.14 donne l'admittance donnée par l'équation 6.1 et

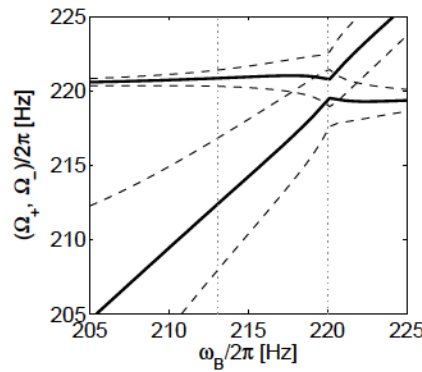


FIGURE 6.13 – Évolution des fréquences et des amortissements lors d'un balayage en fréquence d'un mode de table en couplage fort limite avec un mode de corde. Les traits pleins correspondent à l'évolution des fréquences. Les traits pointillés correspondent à la bande passante à -3 dB. Les droites verticales correspondent aux fréquences propres du modes de table (213Hz) et de corde (220Hz).

tracée pour différentes modifications de la fréquence du mode de table. Les décalages en fréquence pour les cas présentés sont de $\pm 5\%$, $\pm 10\%$, et $\pm 15\%$ autour de la fréquence propre du mode. La Figure 6.14a présente bien les caractéristiques déjà observées sur

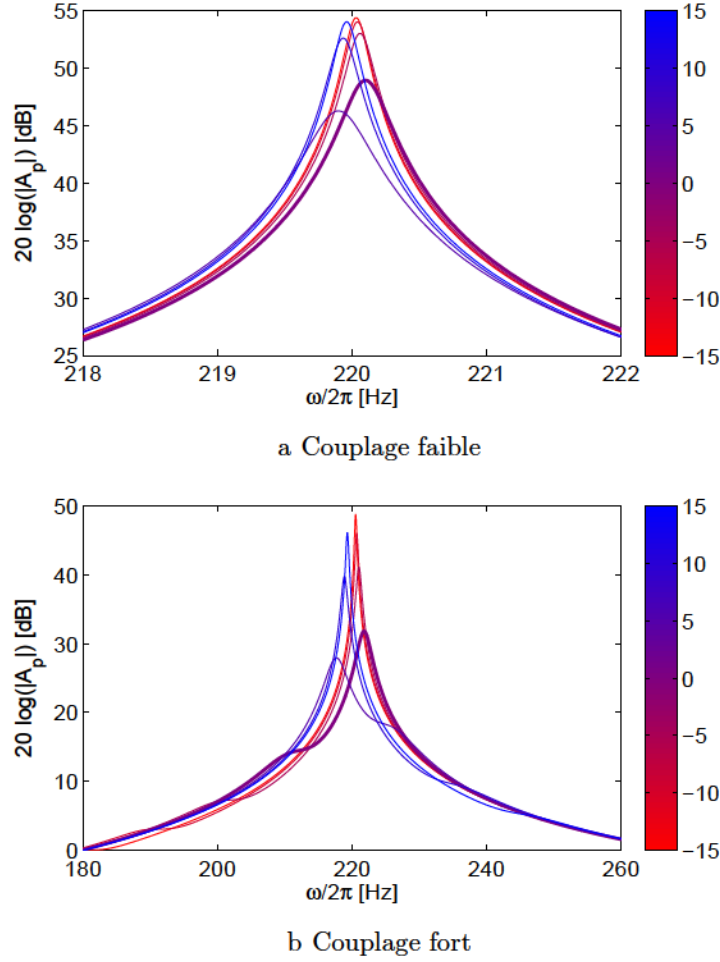


FIGURE 6.14 – Influence de la fréquence modale sur le couplage corde/table d'harmonie dans le cas d'un couplage faible (a) et dans le cas d'un couplage fort (b) et pour un décalage en fréquence allant de -15% à $+15\%$ et indiqué par le gradient de couleur.

la Figure 6.12a. Cependant, avec les paramètres choisis pour le système couplé, le mode de table n'est pas visible dans l'admittance. Le fait de voir ou non ce mode dépend des autres paramètres du système. La Figure 6.14b présente les caractéristiques d'un couplage fort également observées sur la Figure 6.12b. La principale différence entre ces deux cas réside dans le fait qu'en couplage faible, et lorsque les deux modes couplés ont la même fréquence, les pics résultants possèdent également la même fréquence. Cela n'est jamais le cas pour un couplage fort.

Il est important de rappeler que ce modèle, permettant l'étude des différents cas de couplage, n'est valable que proche des zones de résonance des modes couplés. Lorsque ces modes sont trop éloignés l'un de l'autre, le couplage n'est plus forcément présent ou

bien peut présenter des comportements différents. Par conséquent, ce modèle ne décrit pas les passages de non-couplé à faiblement couplé puis à fortement couplé et vice versa, qui peuvent se rencontrer lorsque la fréquence du mode de table est balayée autour de celle du mode de corde.

6.2.1.3 Influence de la masse modale

Enfin, l'influence de la masse modale du mode de table sur le couplage est étudiée. La Figure 6.15 donne l'évolution de l'admittance donnée par l'équation 6.1 lorsque la masse modale du mode de table m_B varie de -90% à $+300\%$.

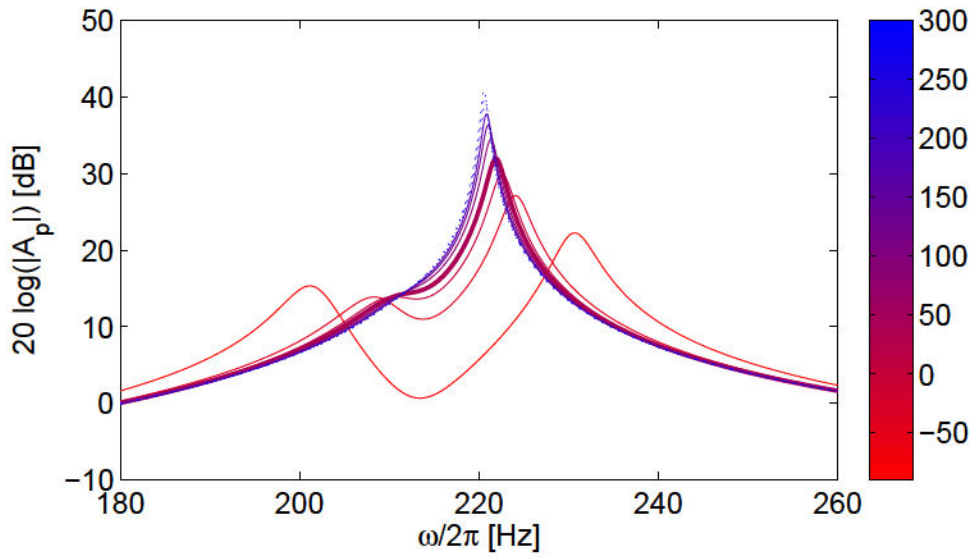


FIGURE 6.15 – Influence de la masse modale du mode de table m_B sur le couplage corde/table. Le gradient de couleur donne le pourcentage dont est modifié m_B lorsqu'il varie de -90% à $+300\%$. Les pointillés correspondent aux cas de couplage faible et les traits pleins aux cas de couplage fort.

Cette figure permet de constater que la masse effective du mode de table possède également une influence importante sur le couplage corde/table. Lorsqu'elle est faible, le couplage est fort. Dans ce cas, deux pics apparaissent sur l'admittance du système couplé. Leurs fréquences ne sont pas celles des modes de corde et de table seuls. Plus la masse du mode de table est faible, plus ces fréquences sont éloignées. Les amortissements de ces deux pics augmentent en même temps. Lorsque cette masse augmente, le couplage diminue. La Figure 6.15 montre qu'après un certain point, même si le couplage reste fort, un seul pic, dont l'amortissement continue de diminuer, reste visible. C'est par exemple le cas au dessus de la courbe en trait épais qui représente la configuration dans laquelle aucune modification n'a été apportée au modèle. Dans ce cas, un seul pic est visible mais le couplage reste fort selon le critère de Gough. Lorsque la masse modale augmente encore, le couplage devient faible et un seul pic est visible, dont

l'amortissement continue de diminuer et dont la fréquence se rapproche de celle de la corde seule.

De nombreuses autres configurations pourraient être étudiées et donner des résultats différents. Un tel système, possédant plusieurs modes de vibration et couplés à de nombreux modes de corde, donne nécessairement des cas très variés. Cependant cette étude donne une idée des différents couplages qu'il est possible de rencontrer sur un système réel complexe comme une table d'harmonie de guitare. Le modèle proposé par Gough possède cependant des limites. Par exemple, le coefficient de couplage $K_{couplage}$ et donc le modèle de couplage, n'est valable que proche des fréquences des modes de table et de corde. Rien n'indique quelle est la limite fréquentielle ni quel écart maximum peut séparer les deux modes couplés pour que l'équation 6.6 soit encore valable. Il est pourtant certain qu'un mode de table suffisamment éloigné d'un mode de corde est totalement découplé de ce dernier. De plus, Gough n'a pas pu vérifier expérimentalement les effets des paramètres modaux de la table d'harmonie sur le couplage. Pourtant, d'après l'étude analytique précédente, ces derniers semblent jouer un rôle essentiel dans ce phénomène.

6.2.2 Couplage contrôlé

Cette section a pour objectif d'étudier le couplage de manière expérimentale en utilisant une méthode de contrôle actif. La technique de contrôle d'état modal proportionnel et dérivé présentée dans la section 3.2.1 est appliquée pour modifier les paramètres modaux d'un des modes de la table d'harmonie de la guitare. Le montage expérimental est celui présenté dans la section 4.1.2.4. La conception du système de contrôle est fait au cas par cas pour tenter de correspondre le plus possible à l'étude analytique précédente. Les effets des modifications apportées par le contrôle sur le couplage corde/table ainsi que dans le son rayonné par l'instrument, sont observés et commentés. Pour cela, l'impédance au chevalet de la guitare contrôlée est mesurée pour chaque cas de contrôle. La corde est étouffée dans ce cas. Le son rayonné par la table d'harmonie est ensuite mesuré à l'aide d'un microphone placé à 50 cm en face de la guitare lorsque la corde est pincée. Bien que cette mesure ne corresponde pas à l'admittance de la corde utilisée dans la section précédente, sa transformée de Fourier permet d'observer le phénomène de couplage pour différentes configurations de contrôle. La Figure 6.16 donne l'impédance au chevalet mesurée sur la guitare. Le deuxième mode de vibration de la table d'harmonie possédant une fréquence de $213Hz$ est celui qui a été identifié et modélisé dans la section précédente. Ce mode sert de cas d'étude dans la suite. La corde de La_2 est également choisie selon la section précédente puisque son deuxième partiel possède une fréquence théorique de $220Hz$.

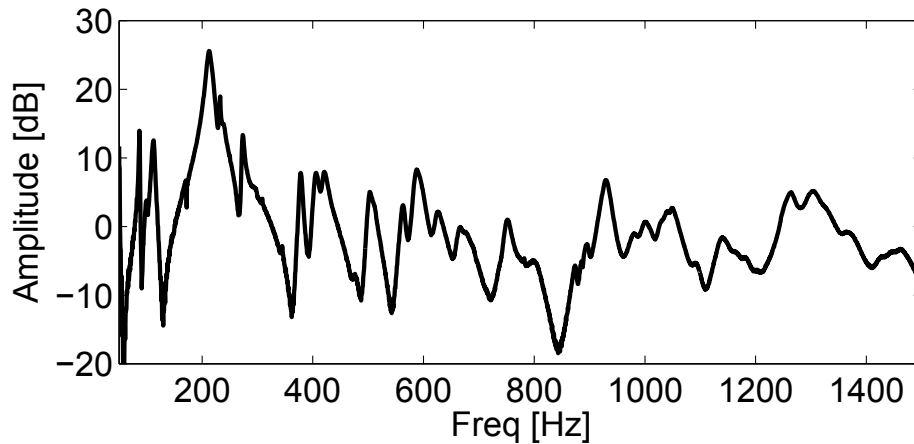


FIGURE 6.16 – Impédance au chevalet mesurée sur la guitare présentée dans la section 4.1.2.4.

6.2.2.1 Contrôle du facteur d'amortissement

L'effet sur le couplage de la modification du facteur d'amortissement est d'abord étudié. Le contrôle du deuxième mode de la table d'harmonie en amortissement est successivement de +400%, +200%, +100%, 0%, -10%, -50%, -80%. La Figure 6.17 donne l'impédance au chevalet mesurée pour ces différentes configurations de contrôle. Le contrôle modifie bien le facteur d'amortissement du mode de table. Cependant les cibles de contrôle ne sont pas tout à fait atteintes. La Figure 6.18 donne l'amortissement ciblé en fonction de l'amortissement atteint. Le point situé sur la courbe de contrôle sans erreur correspond au cas de référence. Cette figure montre que plus le contrôle ciblé est important plus l'erreur sur le résultat est grande. Cependant, les modifications d'amortissement obtenues sont largement suffisantes pour étudier l'effet du facteur d'amortissement sur le couplage. La Figure 6.17b permet de constater qu'une légère modification en fréquence apparaît également.

Les effets du contrôle sont ensuite étudiés sur la transformée de Fourier des sons mesurés pour chacune de ces configurations. Ces transformées sont présentées sur la Figure 6.19. Cette figure montre que le contrôle n'a d'effet que dans la bande de fréquence modifiée et ne perturbe que très peu les autres partiels du son. Les effets du facteur d'amortissement sur le couplage corde/table peuvent être clairement observés sur la Figure 6.19b. Deux cas peuvent être différenciés comme sur la Figure 6.11. Lorsque la valeur du facteur d'amortissement est élevée, c'est à dire pour les modifications de +400%, +200% et +100%, le couplage est faible. En effet, lorsque le facteur d'amortissement du mode de table diminue, la fréquence et le facteur d'amortissement du pic augmentent. Cela est un comportement caractéristique d'un couplage faible lorsque le mode de table est en dessous de la fréquence du partiel avec lequel il est couplé. Ce cas de couplage correspond aux courbes en pointillés de la Figure 6.11. La seule différence entre le modèle proposé par Gough et cette étude expérimentale est que dans le cas d'un couplage faible, l'amplitude du pic diminue lorsque le facteur d'amortissement du mode

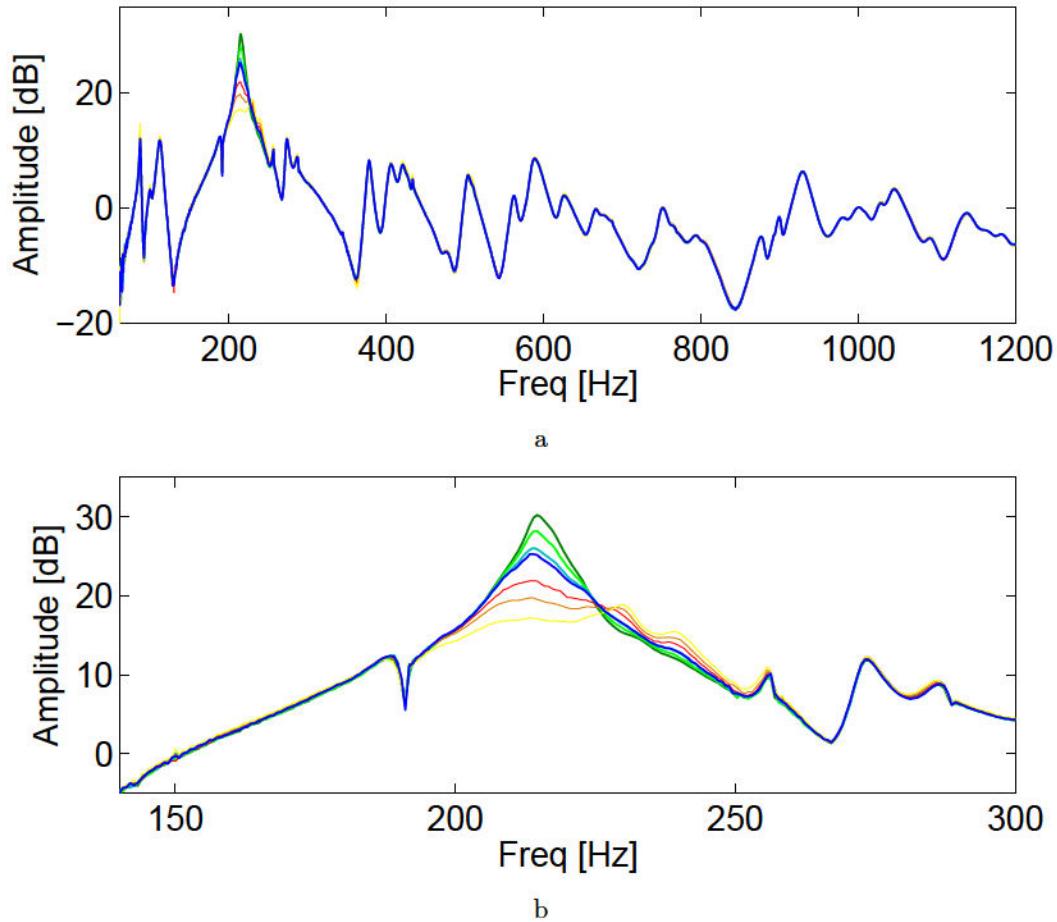


FIGURE 6.17 – Contrôle en amortissement du deuxième mode de vibration de la table d'harmonie de guitare. FRF de référence [—], contrôle en amortissement de +400% [—], +200% [—], +100% [—] et de -10% [—], -50% [—], -80% [—].

de table diminue. Cela n'est pas le cas expérimentalement et peut être dû au fait que les courbes données par la Figure 6.11 représentent l'admittance au chevalet du système corde/table d'harmonie, alors que les courbes de la Figure 6.19 sont des transformées de Fourier du son mesuré. Rien n'indique que les amplitudes de ces deux grandeurs doivent correspondre, puisque le rayonnement d'un instrument joue un rôle important sur les amplitudes des composantes spectrales du son. Les configurations de contrôle restantes, à savoir les modifications de 0%, -10%, -50% et -80%, correspondent à des cas de couplage fort, comme les courbes en traits pleins sur la Figure 6.11. Lorsque le facteur d'amortissement du mode de table continue de diminuer, la fréquence du pic continue d'augmenter mais son amortissement commence à diminuer. De plus un second pic apparaît avec, dans chaque cas, une fréquence inférieure à celle du mode de table contrôlé et dont l'amortissement diminue également. Ce comportement est caractéristique d'un couplage fort. Il semble donc que le cas limite entre le couplage faible et fort correspond à la modification de +100%.

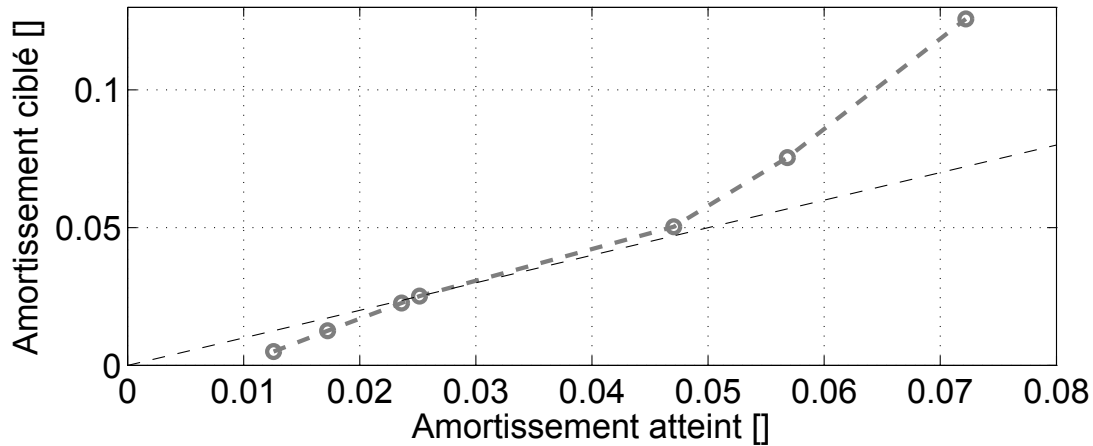


FIGURE 6.18 – [—] Facteur d’amortissement ciblé en fonction du facteur d’amortissement atteint. Les (O) indiquent les points de contrôle. [—] Droite représentant le contrôle sans erreur.

6.2.2.2 Contrôle de la fréquence propre

L’influence de la fréquence du mode contrôlé sur le couplage est ensuite étudiée. Le deuxième mode de la table d’harmonie est donc décalé vers les basses et vers les hautes fréquences. Avec la configuration appelée “cas de référence” pour laquelle aucun contrôle n’est appliqué à la table, 7 cas sont étudiés. Lors de la conception du système de contrôle, un placement de pôle est utilisé pour décaler la fréquence de ce mode successivement de $\pm 5\%$, $\pm 10\%$ et $\pm 15\%$. La Figure 6.20a donne les 7 impédances au chevalet mesurées sur la guitare lorsque ces configurations de contrôle y sont appliquées. Pour plus de clarté, la zone de contrôle est ciblée sur la Figure 6.20b. La première remarque est que la fréquence a bien été modifiée selon les objectifs du contrôle même si ces derniers n’ont pas été atteints complètement. La Figure 6.21 donne le contrôle ciblé en fonction du contrôle atteint. Le point situé sur la courbe de contrôle sans erreur correspond au cas de référence. Cette figure montre que plus le contrôle ciblé est important plus il est difficile de l’atteindre. Cela peut être dû à plusieurs raisons comme des erreurs de calcul durant la conception du système de contrôle, l’utilisation d’un modèle peu précis ou encore l’influence des modes non modélisés. Sur la Figure 6.20b, les impédances correspondant aux décalages de $+10\%$ et $+15\%$ montrent que l’influence du mode ayant une fréquence d’environ 240Hz n’est pas négligeable lors du contrôle. Le fait de décaler le mode contrôlé à la même fréquence que celui-ci modifie l’allure de l’impédance de manière imprévisible. Pour tenter de pallier ces modifications parasites, un faible contrôle en amortissement est utilisé. Les résultats obtenus sont largement acceptables pour l’étude des effets de la fréquence d’un mode sur le couplage. La Figure 6.22 présente la transformée de Fourier du son rayonné par la table d’harmonie lorsque cette dernière est contrôlée. Ces figures montrent que le décalage en fréquence du mode contrôlé modifie clairement le couplage entre la corde et la table d’harmonie. De plus,

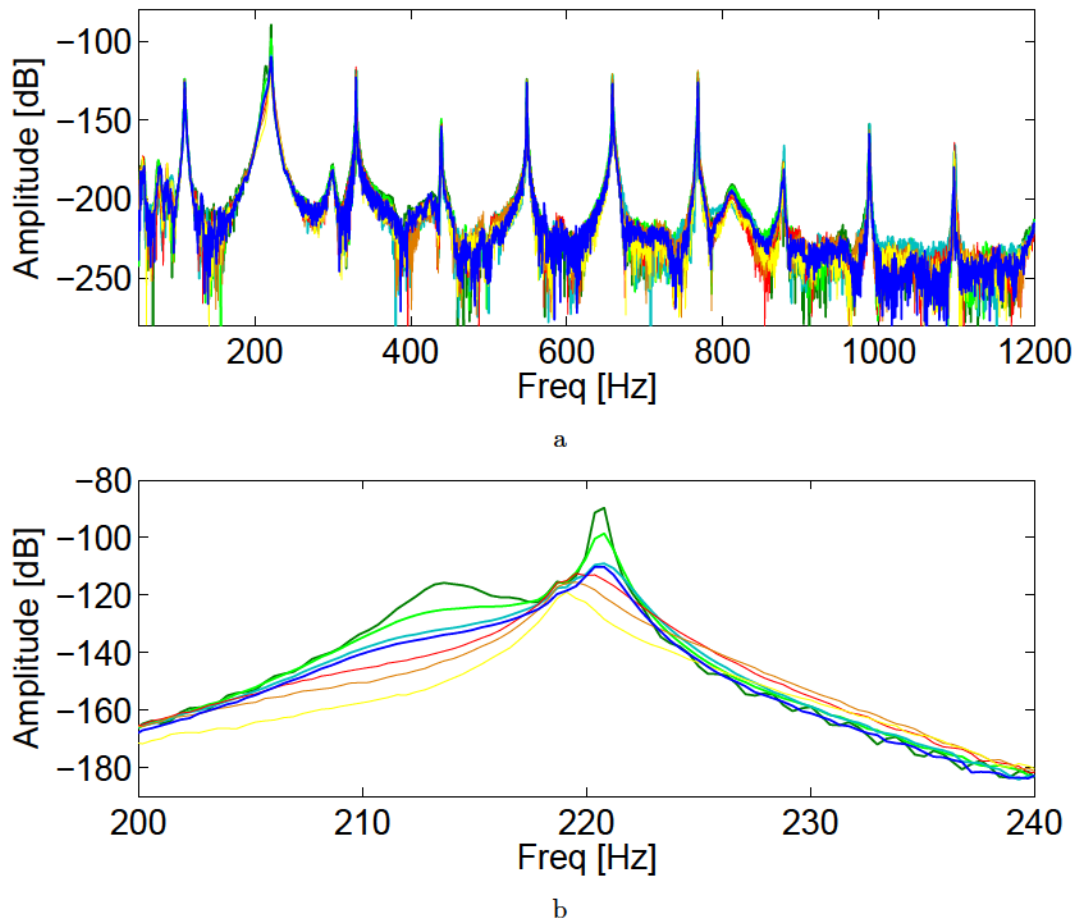


FIGURE 6.19 – Transformée de Fourier du son rayonné par la guitare lorsque le deuxième mode de la table d'harmonie est contrôlé en amortissement. Cas de référence [—] et cas correspondant au contrôle en amortissement de +400% [—], +200% [—], +100% [—] et de -10% [—], -50% [—], -80% [—].

le contrôle n'a d'effet que dans la bande de fréquence modifiée et ne perturbe que très peu les autres partiels du son. L'évolution du couplage est similaire à celui présenté sur la Figure 6.14 et correspondant à un couplage fort. Lorsque le mode de table possède une fréquence inférieure au partiel de corde, la fréquence du plus haut pic est décalée vers les hautes fréquences. C'est par exemple le cas pour les décalages en fréquence de -15%, -10% et -5%. Lorsque la fréquence du mode de table augmente, celle du plus haut pic augmente également. De plus son amortissement augmente aussi. Les cas des décalages de 0% et +5% en sont des exemples. Dans les courbes correspondantes, il est d'ailleurs plus difficile de distinguer un mode bien défini, comme c'est le cas lorsque les modes couplés sont très proches en fréquence pour un couplage fort. Lorsque la fréquence du mode de table dépasse celle du partiel de corde, la fréquence du pic le plus haut passe en dessous de celle du partiel. Quand la fréquence du mode de table continue d'augmenter, celle du pic le plus haut augmente également vers celle du partiel et son amortissement se remet à diminuer. Les décalages de +10% et +15% en donnent

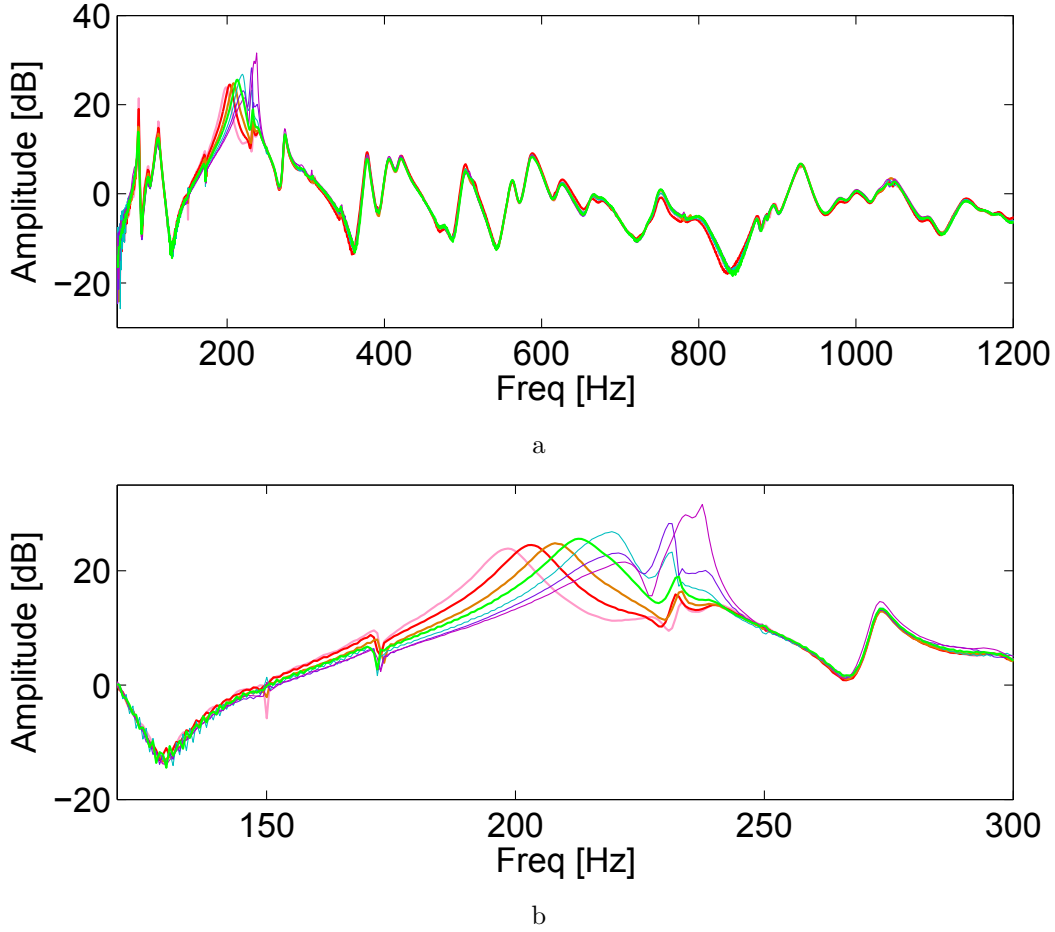


FIGURE 6.20 – Contrôle en fréquence du deuxième mode de vibration de la table d’harmonie de guitare. FRF de référence [—] et contrôles en fréquence de -15% [—], -10% [—], -5% [—] et de $+5\%$ [—], $+10\%$ [—], $+15\%$ [—].

l’exemple. Dans le cas expérimental de la Figure 6.22, la fréquence du partiel n’est pas exactement 220Hz mais est légèrement inférieure. Les pics résultants du couplage dans les différents cas de contrôle encadrent cette fréquence.

Tous ces cas semblent être des cas de couplage fort. Cependant, étant donné que le modèle proposé par Gough ne prend pas en compte le fait que le couplage peut devenir faible, ou encore qu’il n’y ait plus de couplage lorsque le mode de table est suffisamment éloigné du partiel de corde, il est difficile de conclure pour de larges décalages en fréquence. Les décalages de -15% , -10% et -5% pourraient donc être des cas de couplage faible.

6.2.2.3 Contrôle de l’amplitude

L’influence sur le couplage de l’amplitude du mode contrôlé est ensuite étudiée. Pour cela, la méthode de contrôle de l’état proportionnel et dérivé est utilisée. L’amplitude du mode concerné est modifiée en appliquant directement un gain sur le terme

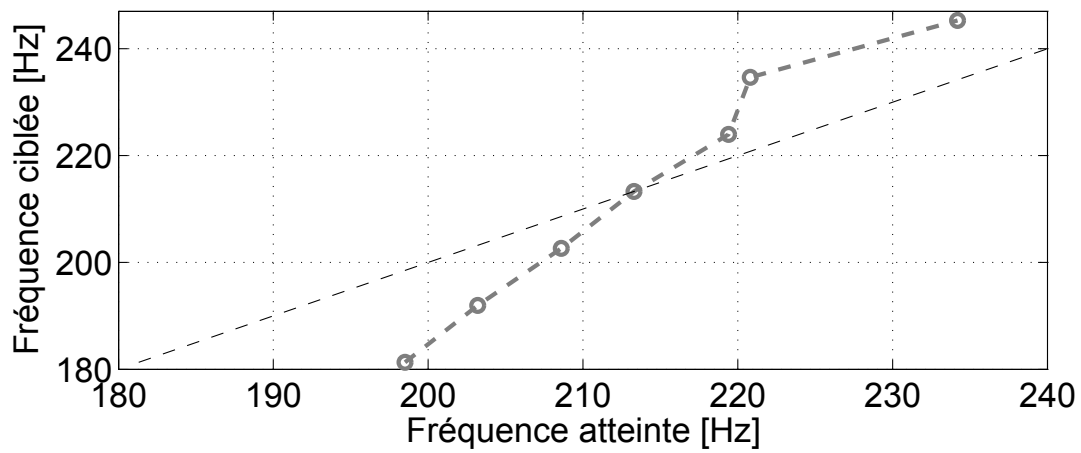
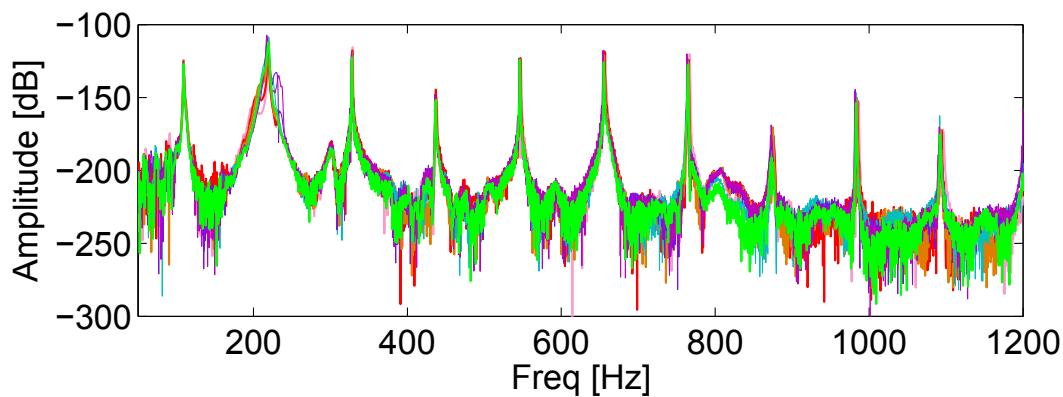
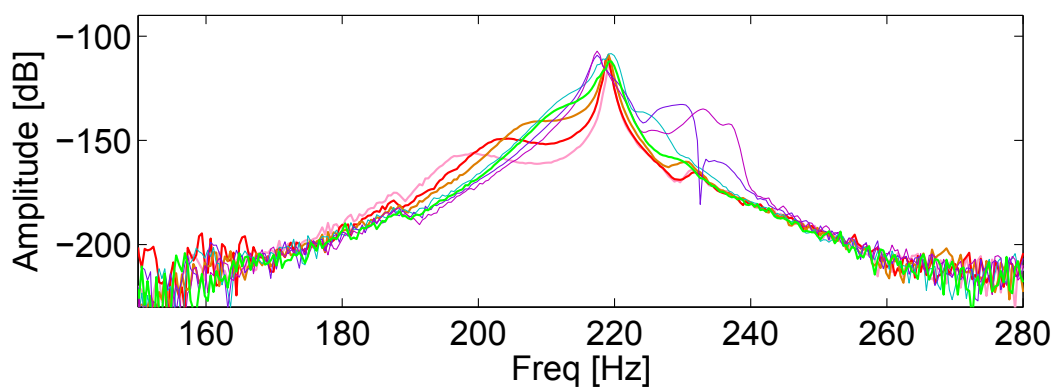


FIGURE 6.21 – [— —] Fréquences ciblées en fonction des fréquences atteintes. Les (O) indiquent les points de contrôle. [— —] Droite représentant le contrôle sans erreur.

d'accélération du quatorzième mode identifié. Ainsi l'amplitude du mode à 213Hz est modifiée même si la cible de cette modification n'est pas connue précisément. La Figure 6.23 présente les impédances au chevalet mesurées sur la guitare pour les différents contrôles appliqués.



a



b

FIGURE 6.22 – Transformée de Fourier du son rayonné par la guitare lorsque le deuxième mode de la table d'harmonie est contrôlé en fréquence. Cas de référence [—] et cas correspondant au contrôle en fréquence de -15% [—], -10% [—], -5% [—] et de $+5\%$ [—], $+10\%$ [—], $+15\%$ [—].

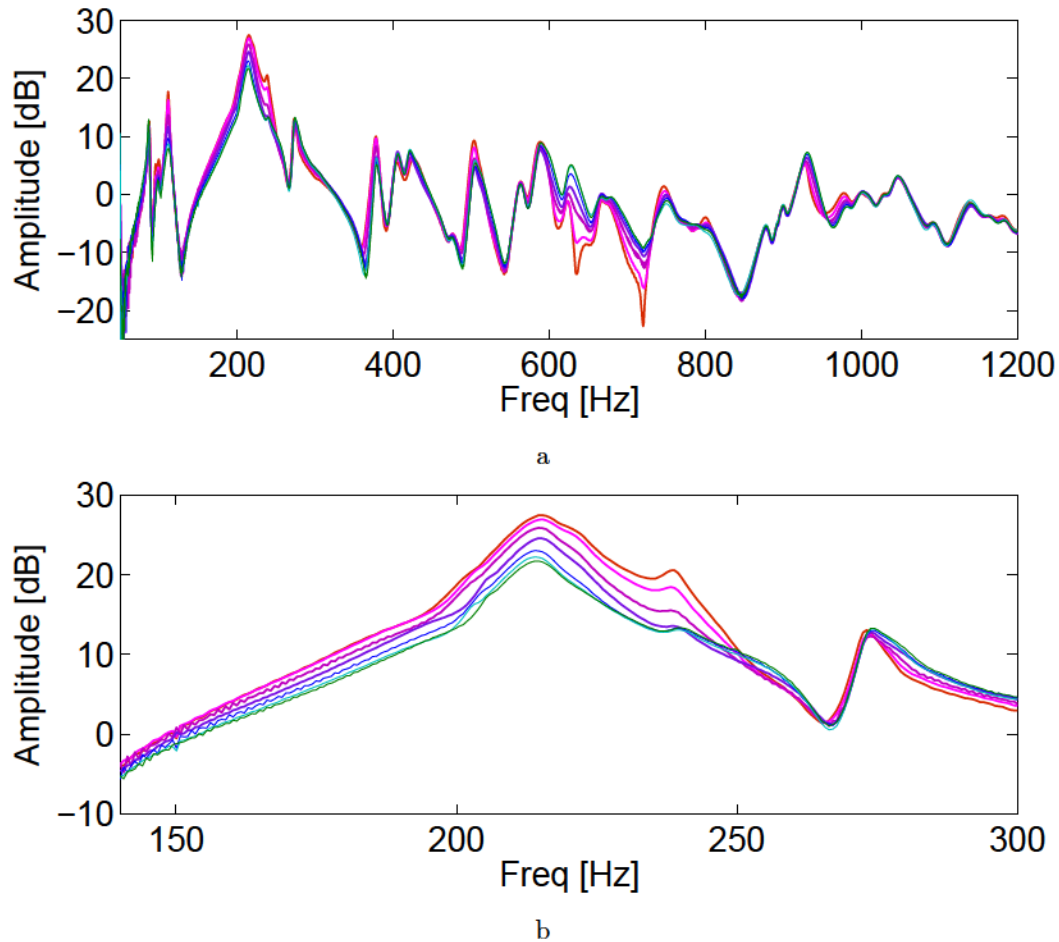


FIGURE 6.23 – Contrôle en amplitude du deuxième mode de vibration de la table d’harmonie de guitare. FRF de référence [—] et contrôles en amplitude correspondant aux cas 1 [—], 2 [—], 3 [—] et 5 [—], 6 [—], 7 [—] du Tableau 6.3.

Les amplitudes des autres modes présents dans la bande de fréquence identifiée sont également modifiées. Cela est dû au fait que le contrôle appliqué n’est pas indépendant, comme expliqué dans le paragraphe 3.2.3. Certains modes voient donc leur amplitude augmenter alors que pour d’autres elle diminue. Cependant, le fait que le deuxième mode de la table d’harmonie ait un niveau élevé semble permettre d’agir principalement sur son amplitude. Mise à part dans une zone de fréquence située aux alentours de 700Hz , les modifications d’amplitude maximales sont donc appliquées sur le mode ciblé à 213Hz . Ces modifications sont mesurées et données dans le Tableau 6.3.

Cas	Contrôle	Amplitude maximale	Modification
1	Augmentation	$27.5dB$	$+2.9dB$
2	Augmentation	$27dB$	$+2.4dB$
3	Augmentation	$25.9dB$	$+1.3dB$
4	Référence	$24.6dB$	$0dB$
5	Diminution	$23dB$	$-1.6dB$
6	Diminution	$22.3dB$	$-2.3dB$
7	Diminution	$21.7dB$	$-2.9dB$

TABLEAU 6.3 – Modifications en amplitude sur le mode contrôlé.

L'amplitude du deuxième mode varie d'environ $6dB$ entre les cas extrêmes de contrôle, sans que son amortissement ou sa fréquence ne soient modifiés. Ces variations sont suffisantes pour pouvoir étudier l'influence de l'amplitude d'un mode sur le couplage. L'amplitude du mode se trouvant aux alentours de $240Hz$, et peu visible sur la FRF de référence, augmente beaucoup lors du contrôle d'amplitude. Cependant cela ne semble pas perturber la variation d'amplitude du mode ciblé à environ $213Hz$. La Figure 6.24 présente l'effet de ce contrôle sur les partiels du son de la corde jouée.

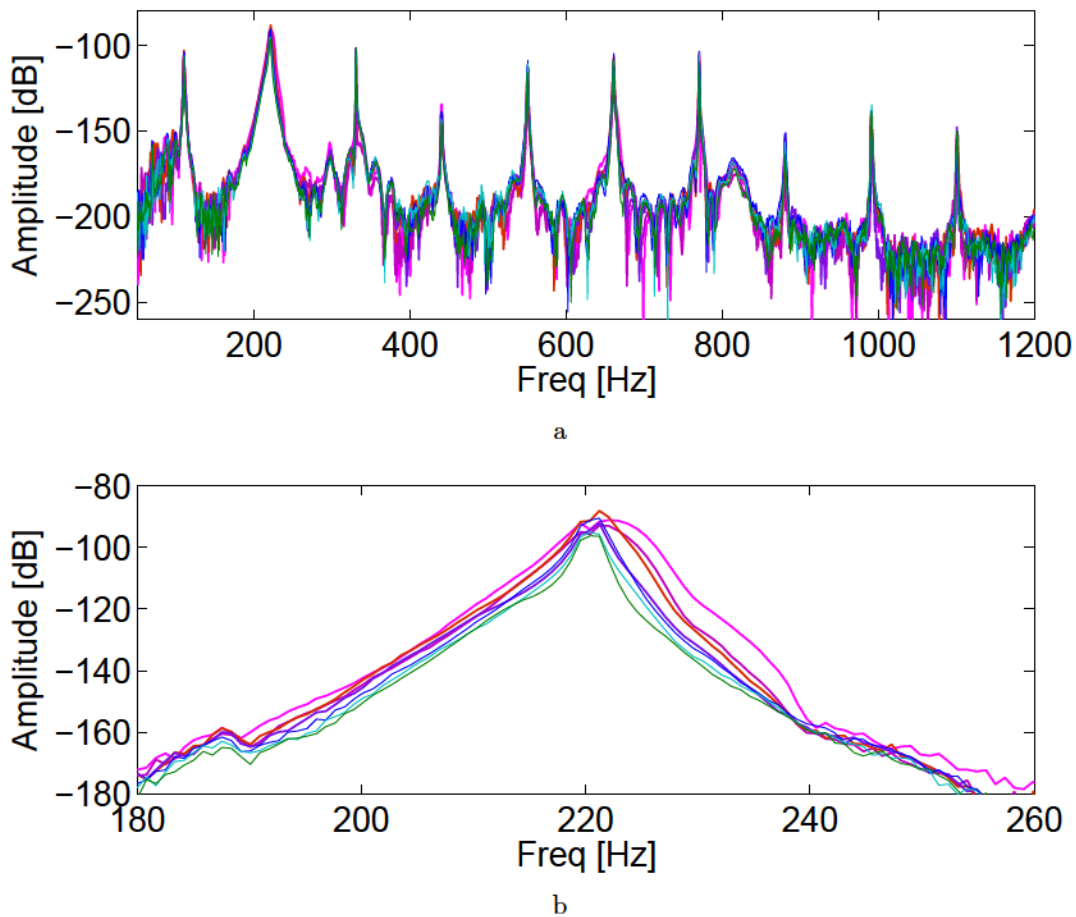


FIGURE 6.24 – Transformée de Fourier du son rayonné par la guitare lorsque le deuxième mode de la table d’harmonie est contrôlé en amplitude. Cas de référence [—], 2 [—], 3 [—] et 5 [—], 6 [—], 7 [—] du Tableau 6.3.

Dans le cas du contrôle d’amplitude, la plupart des partiels du son de corde en basses fréquences sont modifiés. Cela est dû au fait que le contrôle d’amplitude s’applique à une large bande de fréquence. La Figure 6.24b se concentre sur le partiel situé à 220 Hz . Cette figure permet de constater que l’effet de l’amplitude d’un mode sur le couplage est complexe. Augmenter l’amplitude d’un mode n’entraîne pas nécessairement l’augmentation de celle du partiel même si c’est le cas ici. Le fait que le pic étudié se décale en fréquence et que deux pics semblent apparaître dans les cas d’une augmentation d’amplitude, indique que ce contrôle modifie bien le son de l’instrument. Même s’il est difficile de conclure sur l’influence du paramètre étudié et que le comportement du partiel ne correspond pas exactement à celui de la Figure 6.15, des mesures répétées ont permis de conclure sur les modifications du partiel en fonction de celles du mode. Tout d’abord, lorsque l’amplitude du mode augmente, celle du partiel augmente également. Cela ressemble aux effets d’un couplage faible déjà observé dans le cas de la modification d’amortissement du mode. Dans un second temps, deux pics apparaissent et se décalent en fréquence tandis que leurs amortissements augmentent. Cela fait penser aux

effets d'un couplage fort.

Bilan

Ces trois types de contrôle permettent donc d'étudier expérimentalement le couplage entre un mode de table et une corde. Le modèle de couplage proposé par Gough et validé expérimentalement en faisant varier les paramètres de la corde, peut dorénavant l'être en modifiant les paramètres du mode. Cependant, l'étude expérimentale de ce type de phénomène reste complexe. En effet, le couplage étant étudié directement sur l'instrument, tous les phénomènes participant à la création du son peuvent interférer avec l'étude paramétrique réalisée. Cela rend l'étude du couplage seul difficile, mais permet également d'étendre cette recherche, comme par exemple dans le cas de la modification d'amplitude qui ne semble pas être aussi simple que ce que le modèle de Gough prédit. De plus, l'argument peut être retourné. Puisque le formalisme utilisé par Gough est accepté et reconnu comme validé, le fait que les résultats obtenus avec le contrôle correspondent permet de valider cet outil. Pour aller plus loin, cette étude permet même de valider l'utilisation du contrôle actif pour modifier ou étudier des systèmes complexes. En effet, la modélisation de la structure implémentée dans le système de contrôle ne prend, en théorie, pas en compte les phénomènes tels que le couplage. Malgré cela, le contrôle a permis de réaliser cette étude. Dans une certaine limite, il est donc possible d'appliquer ce système de contrôle simple à une structure complexe.

6.3 Comparaison synthèse/contrôle

Bien que de nombreuses études aient été menées afin de comprendre les phénomènes complexes régissant le fonctionnement des instruments de musique, de nombreux points questionnent encore le domaine de l'acoustique musicale. La compréhension globale de la production du son et le lien entre les paramètres physiques d'un instrument et ses attributs perceptifs sont des sujets d'étude sur lesquels se penchent encore les acousticiens. Un des obstacles majeurs compliquant cette tâche est qu'il est difficile d'étudier, directement sur un instrument, l'influence de ses paramètres physiques sur le son. En effet, une fois fabriqué, il semble difficile de modifier la taille, l'épaisseur ou encore la raideur d'un instrument. Des méthodes alternatives ont alors été développées afin de pallier ce problème. Jansson [65] choisit de comparer l'admittance au chevalet de 25 violons différents afin d'en dégager des caractéristiques globales donnant des indications sur la qualité des instruments. Cependant une telle campagne de mesure reste lourde à mettre en place. De plus le fait que chaque instrument soit différent ne permet pas d'étudier avec précision l'influence d'un seul paramètre à la fois. Plus récemment, les travaux de Elie [38] ont également abordé ce sujet.

Une autre manière d'aborder ces questions et plus particulièrement celle de comprendre quels sont les paramètres mécaniques modifiant les attributs perceptifs d'un instrument est d'utiliser un modèle de synthèse de ce dernier. Dans [105, 106], Woodhouse propose différentes méthodes de synthèse de guitare et les compare à des mesures afin d'en étudier le son. Il utilise ensuite une de ces méthodes afin de trouver des seuils de

perception lorsque les principaux paramètres de son modèle sont modifiés [107]. Fritz et al. [42] utilisent la même approche pour explorer les relations entre les caractéristiques acoustiques des violons et la qualité du son perçu. Dans sa thèse [108], Wright utilise également une méthode de synthèse ainsi que des tests psycho-acoustiques pour déterminer l'importance des différents paramètres modaux de la table d'harmonie de la guitare sur la qualité des notes jouées sur l'instrument. Il affirme dans son manuscrit que grâce à la synthèse "les paramètres constitutifs du modèle peuvent être modifiés individuellement d'une manière qui serait impossible sur des instruments réels".

Si cela était vrai en 1996, les résultats précédents de ce manuscrit permettent d'affirmer que ce n'est plus tout à fait le cas et que le contrôle actif permet aujourd'hui la modification *in situ* de paramètres mécaniques ciblés. La section suivante propose de comparer une méthode de synthèse, proposée par Woodhouse [105] et réimplémentée par Victor Finel lors de son stage de Master I de l'ENS Cachan, aux résultats obtenus grâce au contrôle actif. Les effets de ces modifications sur le son produit par la synthèse et mesuré en face de la guitare contrôlée sont comparés. Les modifications appliquées au second mode de la table d'harmonie en amortissement, fréquence et amplitude sont les mêmes que dans la section précédente. Les paramètres modaux sont directement modifiés dans le modèle du corps de la guitare donné par C.2. Les effets de ces modifications sur le couplage cordes/table dans le son rayonné par l'instrument sont observés et commentés.

6.3.1 Modification du facteur d'amortissement

Le premier cas étudié est la modification du facteur d'amortissement du second mode de vibration de la table d'harmonie. Comme dans la section 6.2.2.1, les modifications apportées au facteur d'amortissement sont successivement de +400%, +200%, +100%, 0%, -10%, -50% et -80%. La Figure 6.25 donne les impédances au chevalet utilisées dans le modèle de synthèse dans les cas correspondants. Il est important de noter que les échelles dans ce cas ne sont pas les mêmes que pour les figures de la section 6.2.2. Cela est dû au fait que les impédances mesurées et identifiées pour le contrôle ne sont pas calibrées en fonction des gains des conditionneurs utilisés. Pour la synthèse ces impédances doivent être calibrées pour être incluses dans le modèle.

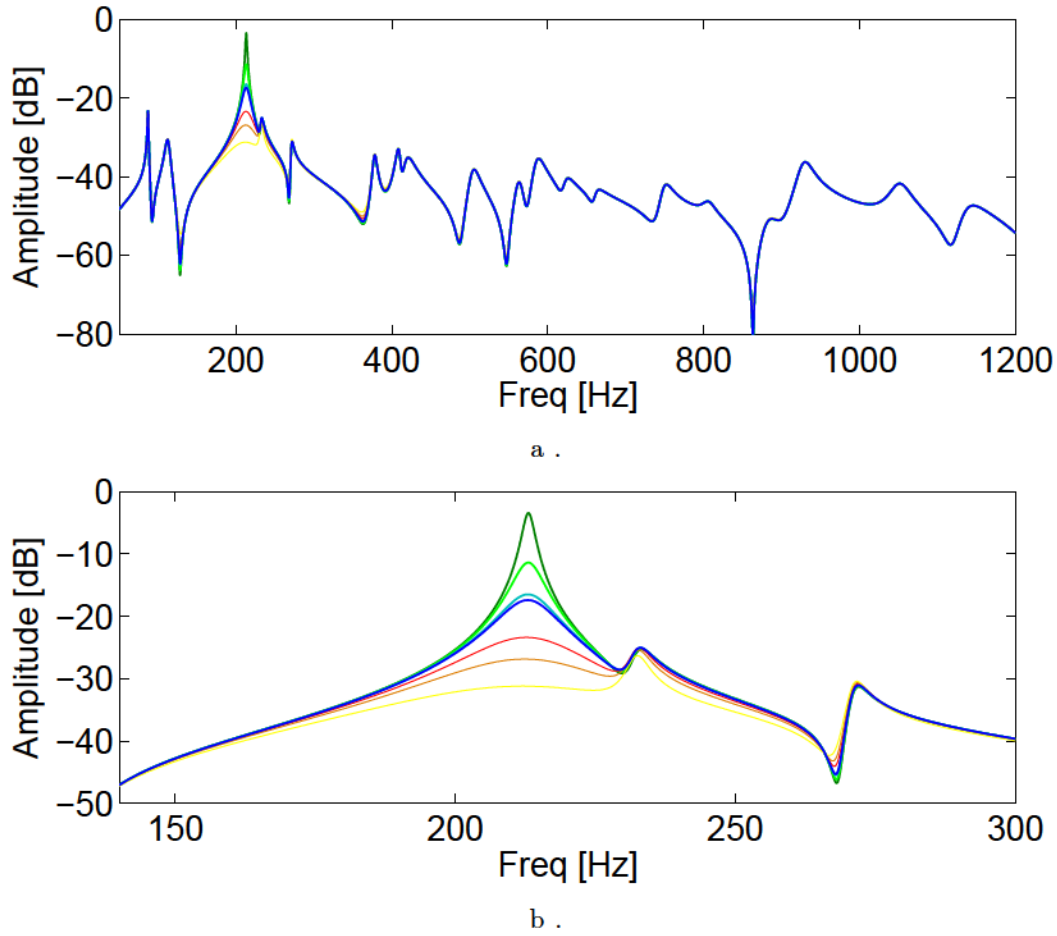


FIGURE 6.25 – Modification en amortissement du deuxième mode de vibration de la table d’harmonie de guitare synthétisée. FRF de référence [—], contrôle en amortissement de +400% [—], +200% [—], +100% [—] et de -10% [—], -50% [—], -80% [—].

Les résultats obtenus grâce à la synthèse sont très proches de ceux obtenus avec le contrôle et présentés sur la Figure 6.17. La synthèse peut être comparée au cas d’un contrôle sans erreur dont les cibles sont toujours atteintes. Le fait de modifier les paramètres du mode directement dans les équations du modèle assure cette propriété. La Figure 6.26 donne les effets de ces différentes modifications sur le spectre du son synthétisé.

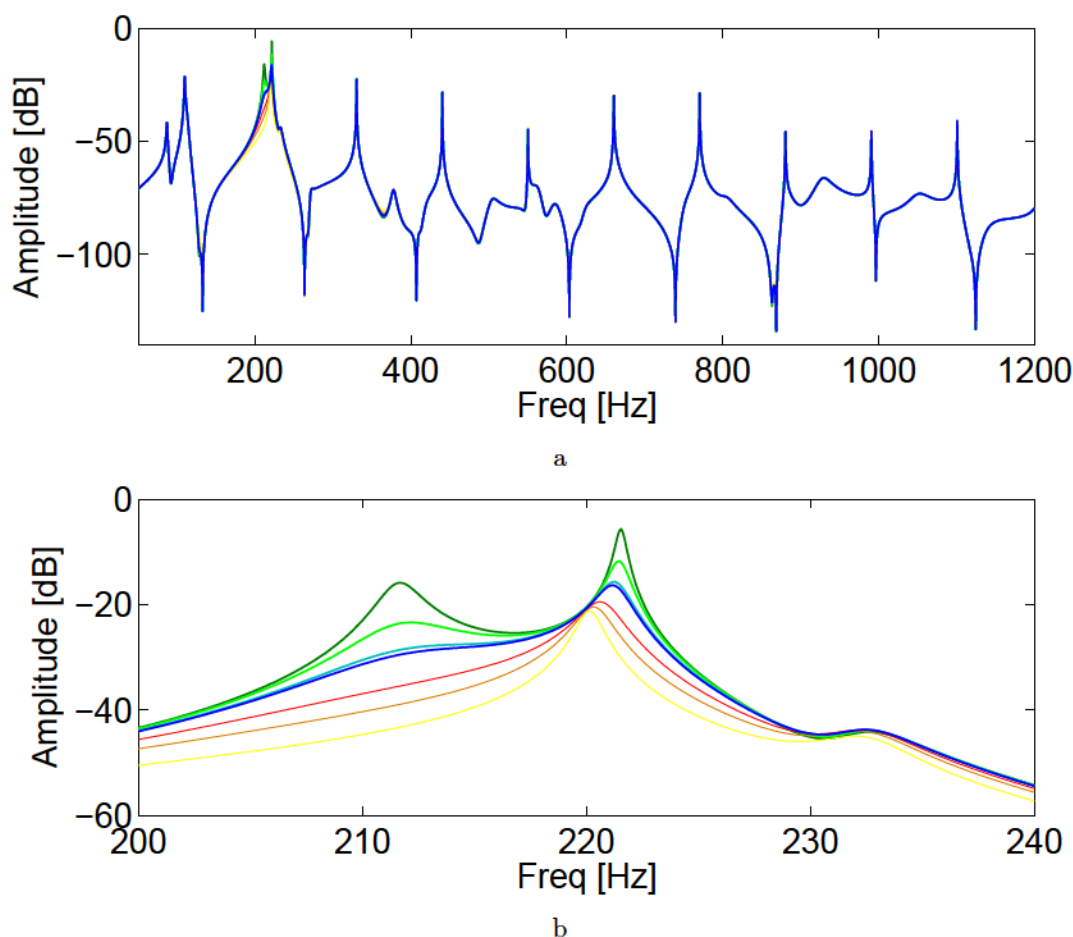


FIGURE 6.26 – Spectre du son rayonné par la guitare synthétisée lorsque le deuxième mode de la table d’harmonie est modifié en amortissement. Cas de référence [—] et cas correspondant aux modifications en amortissement de +400% [—], +200% [—], +100% [—] et de -10% [—], -50% [—], -80% [—].

Les grandeurs de ces courbes ne correspondent pas à celles de la Figure 6.19. Alors que ces dernières sont des transformées de Fourier du son mesuré en face de la guitare contrôlée, celles données par la synthèse correspondent au spectre du système modélisé. Les échelles entre les résultats de la synthèse et du contrôle ne sont donc pas les mêmes. Cependant, les résultats de la synthèse sont très proches de ceux obtenus grâce au contrôle et présentés sur la Figure 6.19. Les effets de la modification du facteur d’amortissement sur le couplage corde/table sont les mêmes que pour le contrôle. Lorsque le facteur d’amortissement est grand, c’est à dire lorsqu’il est modifié de +400%, +200% et de +100%, le couplage est faible. En effet, pour ces trois cas, plus la modification est faible, plus l’amortissement du pic résultant est élevé. Cela correspond au comportement attendu lors d’un couplage faible. Lorsque le facteur d’amortissement du mode de table continue de diminuer, l’amortissement du pic résultant se met à diminuer également. De plus, un deuxième pic apparaît à une fréquence légèrement inférieure à celle du mode de table. Le comportement observé pour tous ces cas est strictement similaire à celui

observé pour la modification du facteur d'amortissement grâce au contrôle.

Afin de comparer plus précisément la synthèse au contrôle, les effets de ces modifications en amortissement sont étudiés sur l'évolution temporelle des sons mesurés et synthétisés. La Figure 6.27 donne les spectrogrammes de ces deux sons lorsqu'aucune modification n'est apportée à la table d'harmonie.

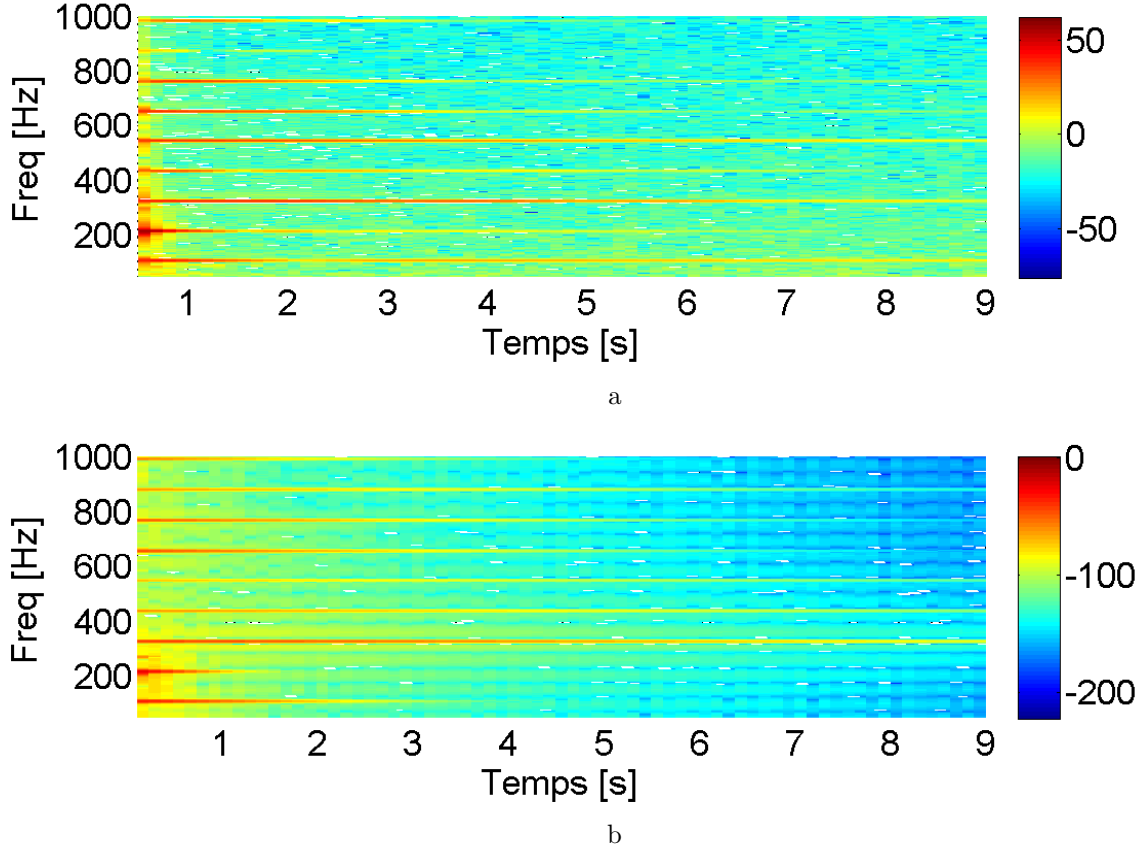




FIGURE 6.27 – Spectrogrammes mesuré (a) et synthétisé (b) du son rayonné par la table d'harmonie.

Ces spectrogrammes ont la même allure. L'écoute de ces deux sons permet de conclure qu'ils sont assez proches. Cependant, bien que les caractéristiques principales du son se retrouvent dans les deux cas, comme par exemple la fréquence des partiels ou une forte concentration d'énergie en basses fréquences, de nombreux points ne correspondent pas sur ces spectrogrammes. La durée de chaque partiel n'est par exemple pas toujours la même. Les phénomènes qui n'ont pas été pris en compte dans le modèle de synthèse, comme la polarisation des cordes, sont sûrement à l'origine de ces différences. Ces deux sons peuvent être écoutés en cliquant sur  pour le son de référence mesuré et sur  pour le son de synthèse. Dans la suite seules les zones sur lesquelles sont appliquées des modifications sont représentées et seuls les effets de ces modifications sont comparés. La Figure 6.28 donne les 3 premières secondes de l'évolution temporelle du

second partiel de corde, pour les sons synthétisés et mesurés, lors des 7 modifications en amortissement étudiées.

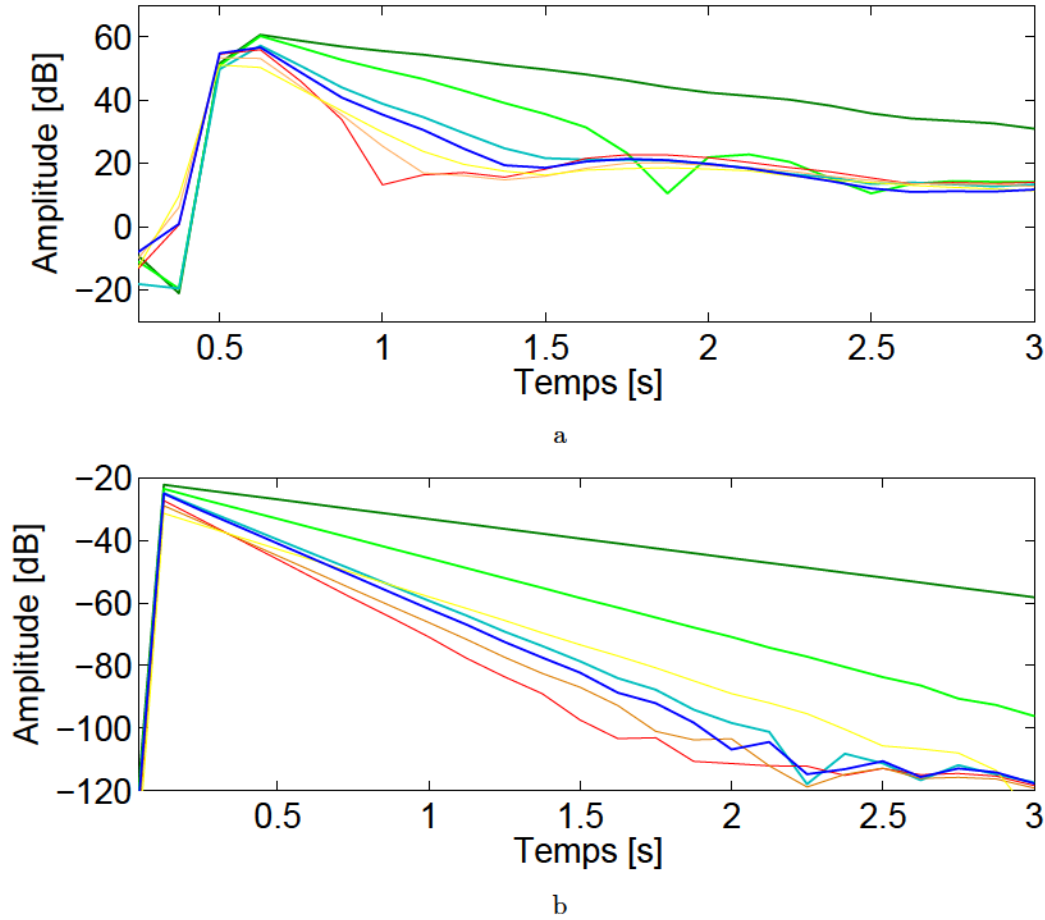


FIGURE 6.28 – Évolutions temporelles mesurées (a) et synthétisées (b) du second partiel de la corde de *La* pour des modifications en amortissement. Cas de référence [—] et cas correspondant au contrôle en amortissement de +400% [—], +200% [—], +100% [—] et de -10% [—], -50% [—], -80% [—].

Les amplitudes maximales ainsi que les pentes de ces évolutions temporelles sont données sur la Figure 6.29. Les amplitudes maximales sont normées entre 0 pour la plus basse et 1 pour la plus haute. Les pentes sont calculées sur 1 demie seconde après que l'évolution temporelle du partiel ait atteint son maximum.

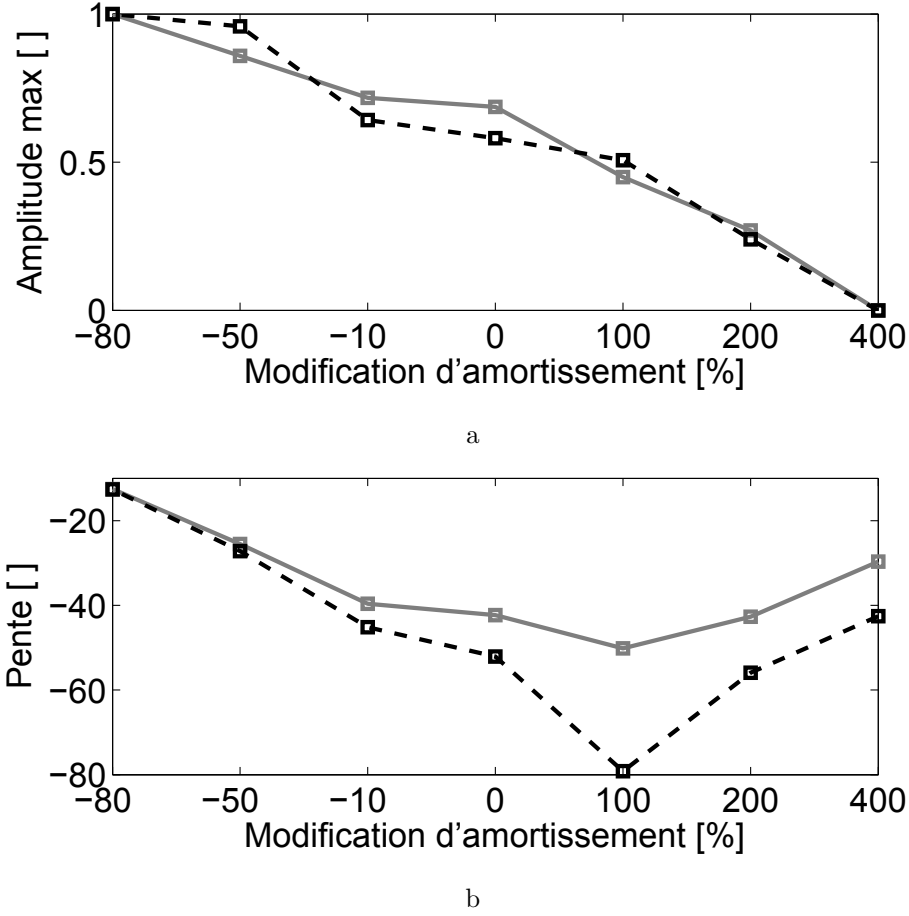


FIGURE 6.29 – Amplitudes maximales (a) et pentes (b) de l'évolution temporelle du second partiel de corde pour les différentes modifications d'amortissement dans le cas contrôlé [---] et synthétisé [—].

Les résultats entre synthèse et contrôle sont très proches. Ces figures permettent de conclure que plus le couplage est grand plus l'amplitude maximale du pic résultant est petite. De plus, le passage de couplage faible à couplage fort est illustré par la Figure 6.29b. Lorsque le facteur d'amortissement diminue, c'est à dire lorsque la modification varie de +400% à -80%, il arrive un point où la pente de l'évolution temporelle est maximale. Passer ce point, elle se remet à diminuer. La modification de +100% est donc, dans ce cas, la valeur de l'amortissement qui sépare le couplage faible du couplage fort.

6.3.2 Modification de la fréquence propre

La seconde comparaison de la synthèse avec le contrôle actif correspond aux décalages en fréquence de 0%, $\pm 5\%$, $\pm 10\%$ et $\pm 15\%$. La Figure 6.30 donne les 7 impédances au chevalet modélisées et utilisées pour la synthèse.

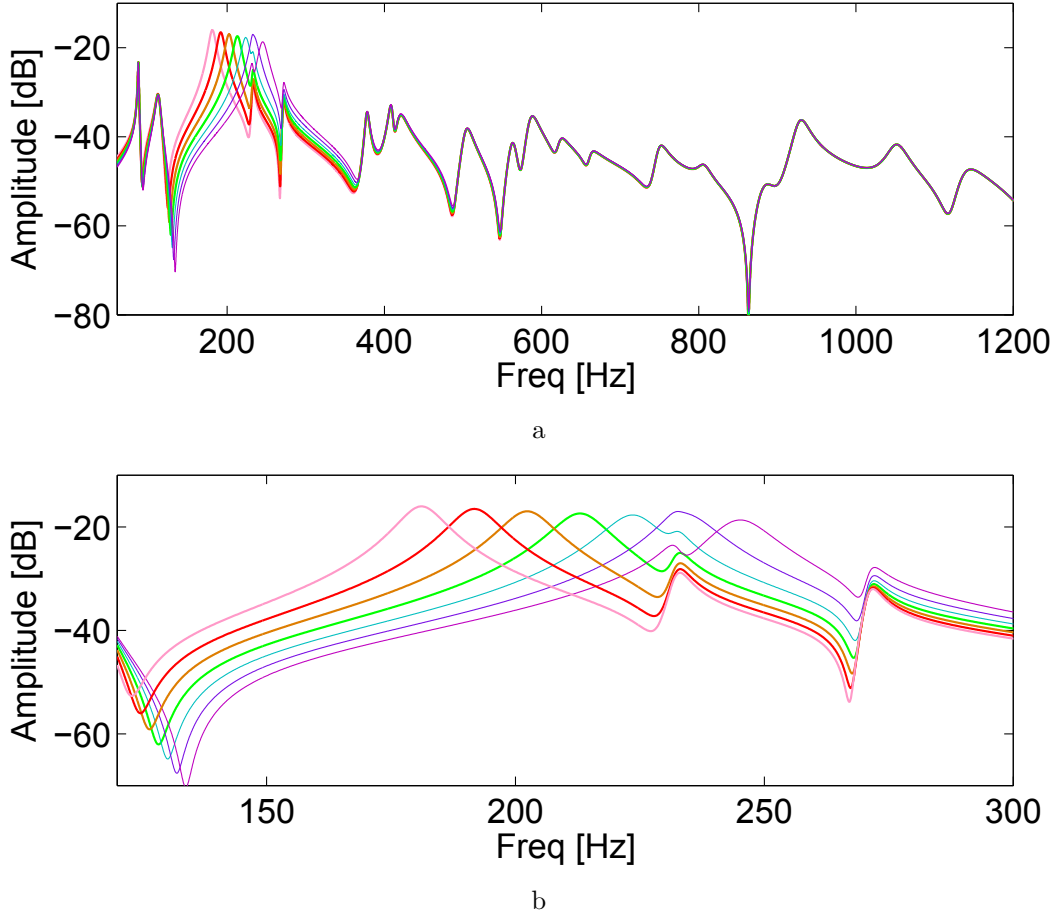


FIGURE 6.30 – Modification en fréquence du deuxième mode de vibration de la table d’harmonie de la guitare synthétisée. FRF de référence [—] et modifications en fréquence de -15% [—], -10% [—], -5% [—] et de $+5\%$ [—], $+10\%$ [—], $+15\%$ [—].

Cette figure, comparée à la Figure 6.20, permet de constater que les résultats donnés par la synthèse et par le contrôle sont proches. Toutefois, plusieurs différences peuvent être observées. La Figure 6.30b montre que, même si son amplitude est modifiée, l’influence du mode à 240Hz , sur le mode décalé en fréquence, n’est pas aussi importante que dans le cas du contrôle. Les résultats de la synthèse peuvent être comparés au cas d’un contrôle parfait, puisque les paramètres modaux sont modifiés directement dans les équations du modèle.

Le son produit par ce modèle de synthèse est ensuite étudié. La Figure 6.31 en donne le spectre.

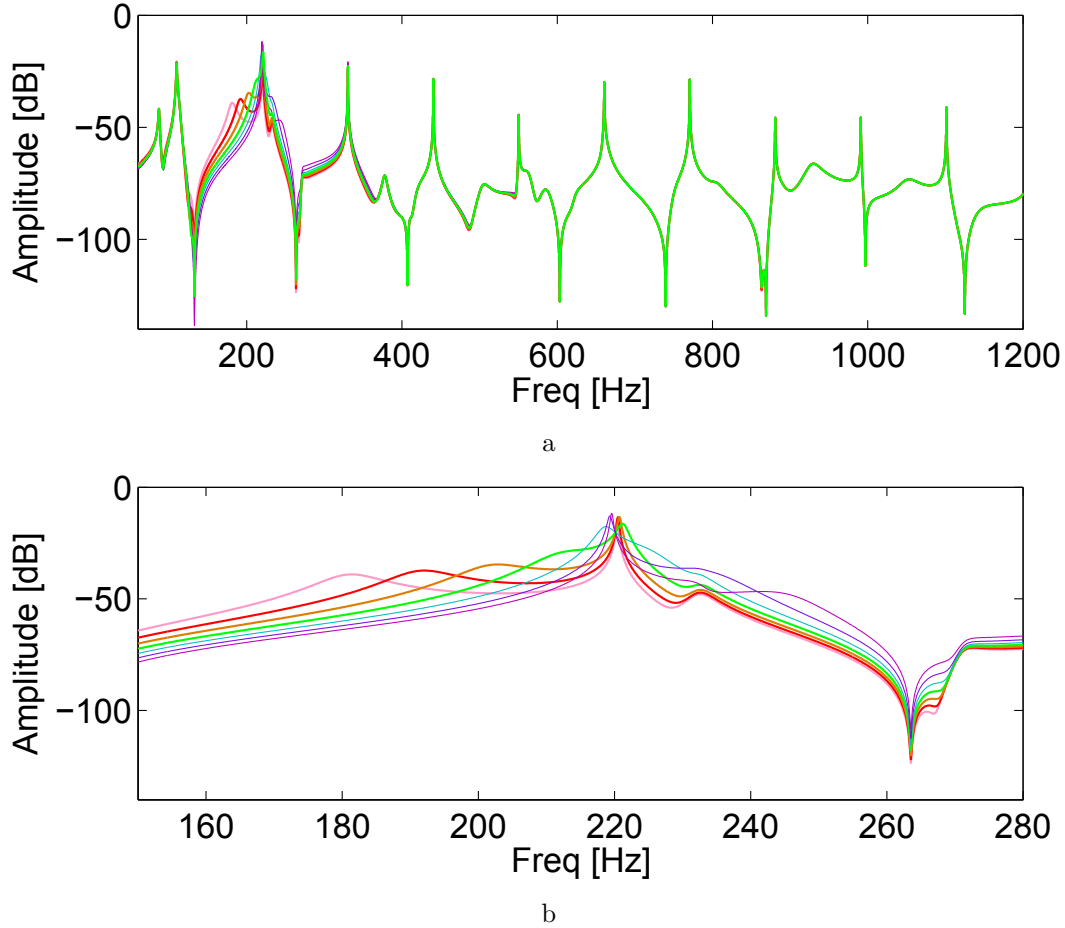


FIGURE 6.31 – Spectre du son rayonné par la guitare synthétisée lorsque le deuxième mode de la table d’harmonie est modifié en fréquence. Cas de référence [—] et cas correspondant aux modifications en fréquence de -15% [—], -10% [—], -5% [—] et de $+5\%$ [—], $+10\%$ [—], $+15\%$ [—].

Ces figures montrent que les effets du décalage en fréquence sur le partiel de corde sont similaires pour la synthèse et pour le contrôle. Le couplage entre la corde et le mode de table est clairement modifié lors du décalage. Mise à part pour le cas de la modification en fréquence de $+5\%$, les effets des autres modifications sont les mêmes pour la synthèse et pour le contrôle. Dans le cas du décalage de $+5\%$, le pic le plus haut sur la Figure 6.31b est décalé vers les basses fréquences alors que sur la Figure 6.22b il est décalé vers les hautes fréquences. Cela s’explique par le fait que dans le cas du contrôle, les objectifs de contrôle en pourcentage ne sont pas atteints, comme le montre la Figure 6.20. Un décalage en fréquence de $+5\%$ devrait faire passer le mode de table au dessus du partiel de corde et donc repousser ce dernier légèrement en dessous de sa fréquence lorsque la corde est seule. C’est bien le cas pour la synthèse, aux vues de la Figure 6.31b. Dans cette configuration de contrôle, le mode de table reste donc en dessous du partiel de corde. Le pic résultant est par conséquent repoussé vers les hautes fréquences. Néanmoins, dans le cas de la synthèse comme dans celui du contrôle, le

comportement observé est conforme à celui prévu par Gough dans le cas d'un couplage fort. Les résultats de la synthèse et du contrôle ne permettent pas de conclure sur la nature du couplage lorsque le mode de table est suffisamment éloigné du partiel de corde, comme c'est le cas pour les décalages de -15% , -10% et -5% .

Afin de comparer plus précisément la synthèse au contrôle, les effets de ces décalages en fréquences sont étudiés sur l'évolution temporelle des sons mesurés et synthétisés. La Figure 6.32 donne les 3 premières secondes de l'évolution temporelle du deuxième partiel de corde des sons synthétisés et mesurés pour les 7 modifications étudiées.

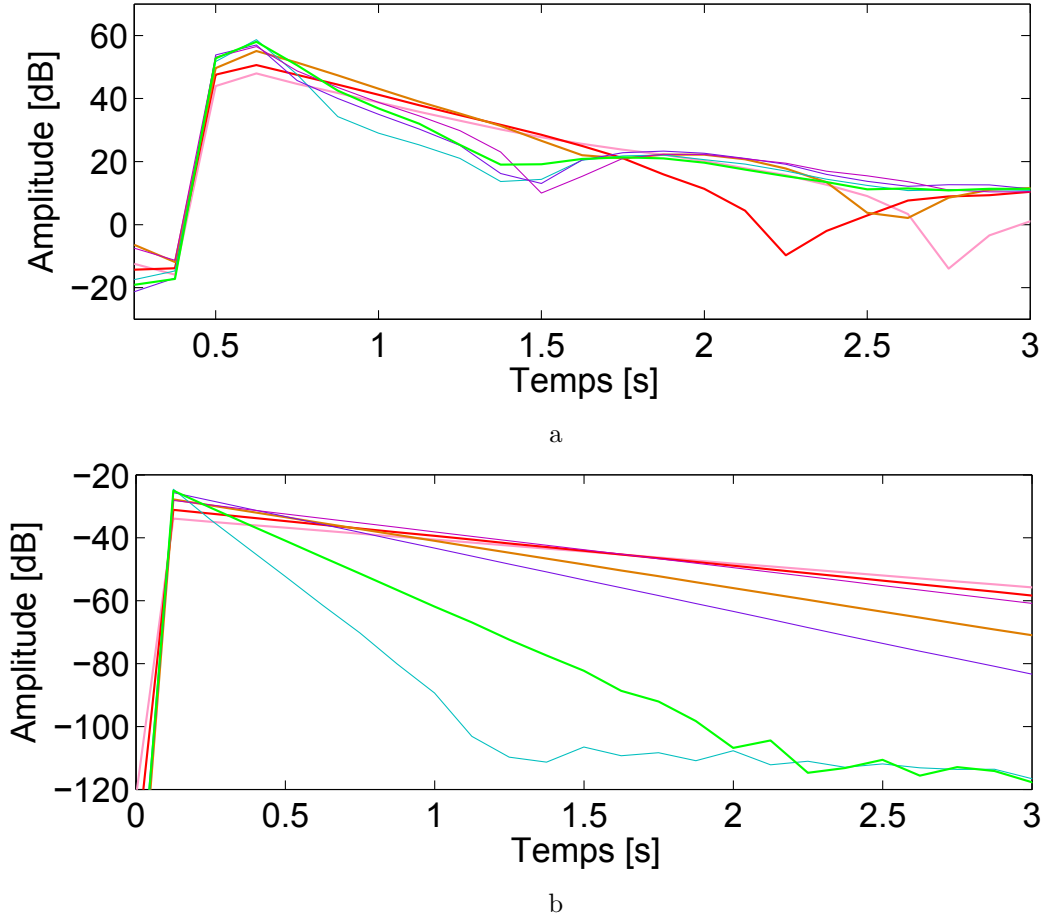


FIGURE 6.32 – Évolution temporelle mesurée (a) et synthétisée (b) du second partiel de la corde de La pour une modification en fréquence. Cas de référence [—] et cas correspondant aux modifications en fréquence de -15% [—], -10% [—], -5% [—] et de $+5\%$ [—], $+10\%$ [—], $+15\%$ [—].

Les résultats obtenus avec la synthèse et le contrôle présentent le même profil. Toutefois des différences sont clairement visibles. Les effets du décalage en fréquence sont moins importants dans le cas du contrôle et peuvent même sembler imprévisibles. Cependant la reproductibilité des mesures est assurée par le moyen d'excitation présenté dans la section 4.1.2.4. L'évolution temporelle dans le cas du contrôle reste plus difficile

à interpréter que dans le cas de la synthèse. Les courbes de la Figure 6.32b sont par exemple droites, ce qui signifie que l'amortissement du partiel est constant, alors que les courbes de la Figure 6.32a présentent des rebonds. Ce phénomène est certainement dû à la polarisation de la corde, décrite dans [105], et qui n'est pas prise en compte dans le modèle utilisé pour la synthèse. Néanmoins les principales caractéristiques de ces évolutions temporelles sont les mêmes pour les deux approches et peuvent être observées sur la Figure 6.33, donnant l'amplitude maximale et la pente des évolutions temporelles représentées sur la Figure 6.32. Les amplitudes maximales sont normées entre 0 pour la plus basse et 1 pour la plus haute. Les pentes sont calculées sur 1 demie seconde après que l'évolution temporelle du partiel ait atteint son maximum.

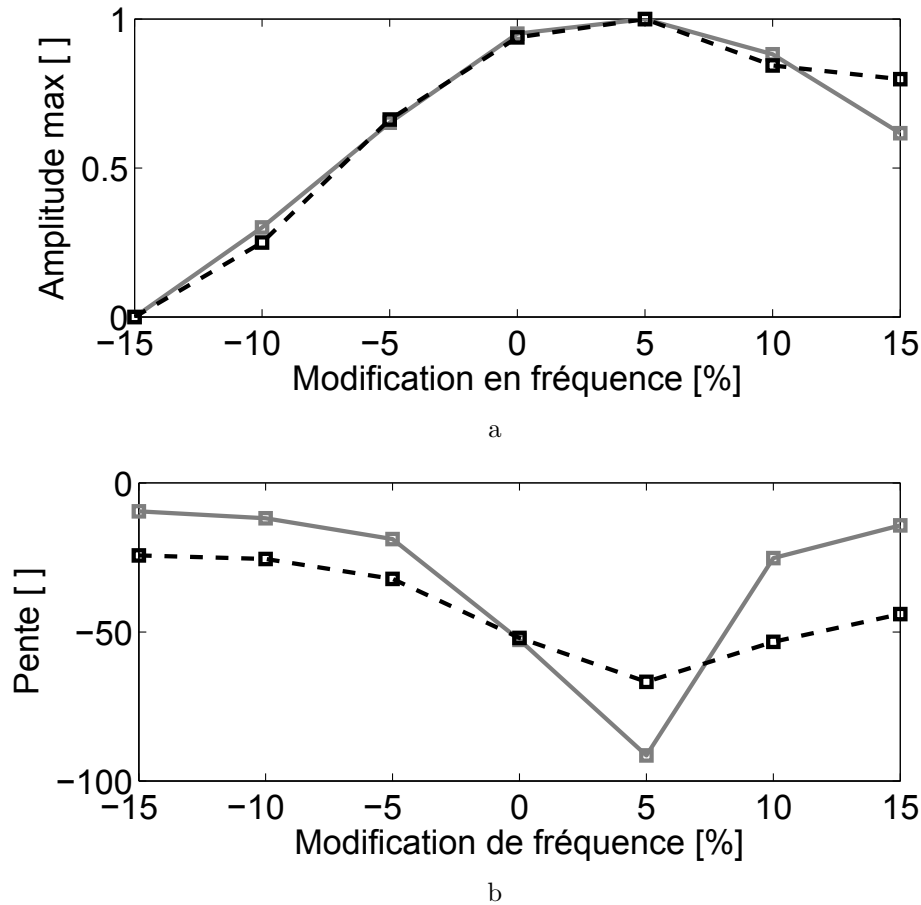


FIGURE 6.33 – Amplitudes maximales (a) et pentes (b) de l'évolution temporelle du second partiel de corde pour les différentes modifications de fréquence dans le cas contrôlé [---] et synthétisé [—].

Cette comparaison permet de constater que plus la fréquence du mode de table est proche de celle du partiel de corde, plus l'amplitude maximale augmente. Le cas pour lequel l'amplitude maximale est la plus élevée correspond au décalage de +5%, lorsque la fréquence du mode de table devrait être de 223Hz . La Figure 6.33b montre que la pente augmente également lorsque le mode de table est rapproché du mode de corde. Après

quelques secondes, cette pente est perturbée par des phénomènes complexes comme le montre la Figure 6.32a. Néanmoins, il semble que plus les modes couplés sont proches, plus l'amortissement du partiel est important.

6.3.3 Modification de l'amplitude

Les effets d'une modification d'amplitude sont ensuite étudiés. Pour correspondre approximativement aux cas expérimentaux présentés dans le paragraphe 6.2.2.3, la masse modale du mode se trouvant à environ 213Hz est modifiée de -40% , -30% , -20% , 0% pour le cas de référence et $+20\%$, $+40\%$ et $+50\%$. Les résultats obtenus pour ces différentes modifications sont présentés sur la Figure 6.34.

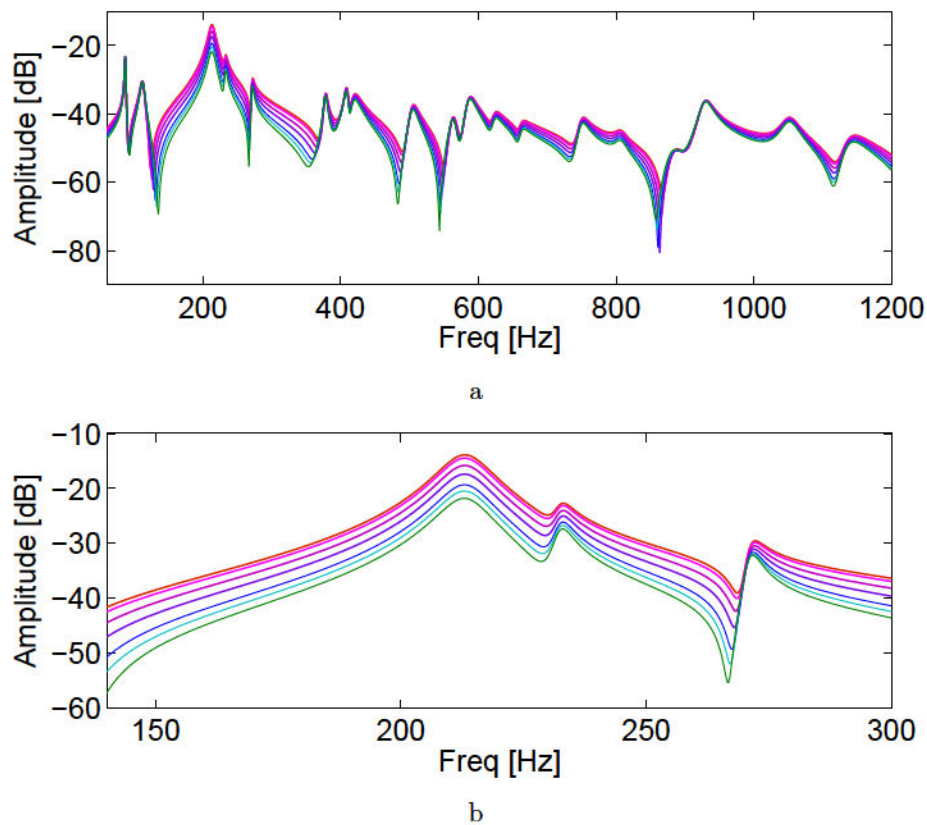


FIGURE 6.34 – Modification en amplitude du deuxième mode de vibration de la table d'harmonie de guitare synthétisée. FRF de référence [—] et modifications en amplitude correspondant aux cas 1 [—], 2 [—], 3 [—] et 5 [—], 6 [—], 7 [—] du Tableau 6.4.

Ces modifications sont mesurées et données dans le Tableau 6.4.

Cas	Contrôle	Effet	Amplitude maximale	Modification
1	+50%	Augmentation	$-13.9dB$	$+3.5dB$
2	+40%	Augmentation	$-14.5dB$	$+2.9dB$
3	+20%	Augmentation	$-15.8dB$	$+1.6dB$
4	0%	Référence	$-17.4dB$	$0dB$
5	-20%	Diminution	$-19.4dB$	$-2dB$
6	-30%	Diminution	$-20.5dB$	$-3.1dB$
7	-40%	Diminution	$-21.8dB$	$-4.4dB$

TABLEAU 6.4 – Modifications en amplitude sur le mode contrôlé.

Les modifications apportées au mode ciblé sont du même ordre de grandeur que celles obtenues grâce au contrôle. Comme prévu théoriquement, les amplitudes de tous les modes se trouvant dans la bande de fréquence contenant le mode modifié sont décalées. L'effet des modifications d'amplitude sur le couplage est étudié sur le son. La Figure 6.35 donne le spectre du son synthétisé dans ces différents cas.

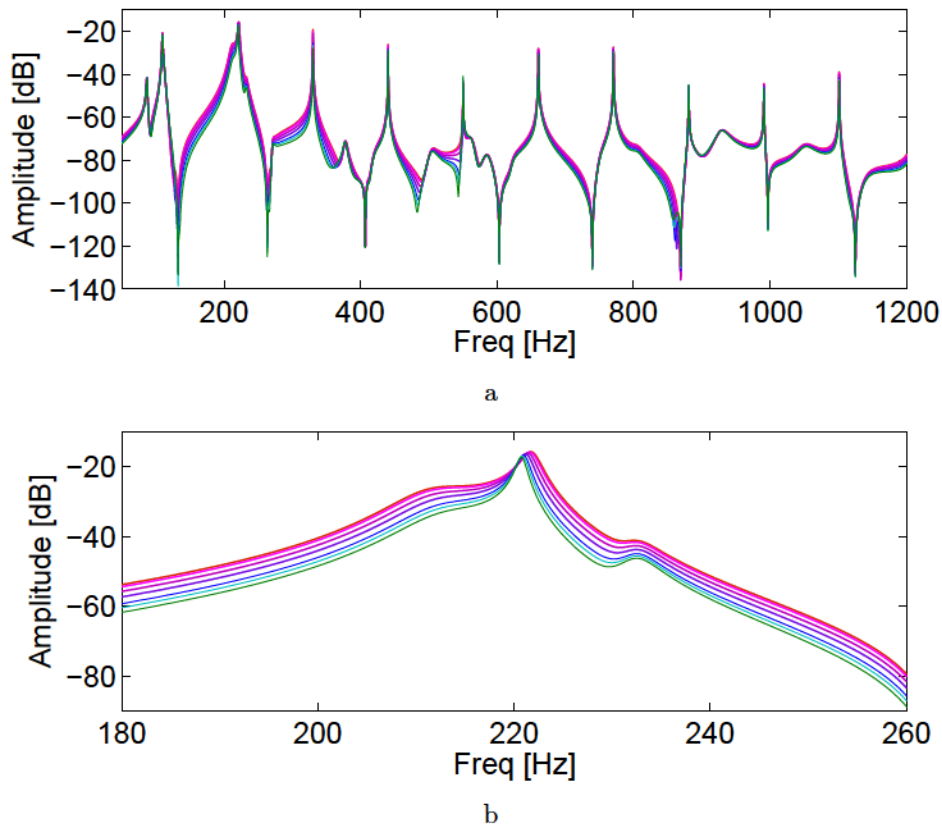


FIGURE 6.35 – Spectre du son rayonné par la guitare synthétisée lorsque le deuxième mode de la table d'harmonie est modifiée en amplitude. Cas de référence [—] et cas 1 [—], 2 [—], 3 [—] et 5 [—], 6 [—], 7 [—] du Tableau 6.4.

Là encore l'amplitude de toute la bande de fréquence est modifiée. La Figure 6.35b

représente le partiel étudié. Comme dans le cas expérimental présenté dans le paragraphe 6.2.2.3, l'amplitude du partiel augmente d'abord en même temps que celle du mode. Puis, la fréquence du partiel se décale et le mode devient plus visible dans le spectre du son. Ce comportement est moins visible dans le cas expérimental présenté sur la Figure 6.24b et pour lequel les deux pics sont plus difficiles à distinguer l'un de l'autre. Ces deux comportements lorsque l'amplitude augmente, laissent penser que l'amplitude des modes permet de passer d'un couplage faible à un couplage fort. Les évolutions temporelles de ce partiel sont ensuite étudiées dans le cas du contrôle et de la synthèse et présentées sur la Figure 6.36.

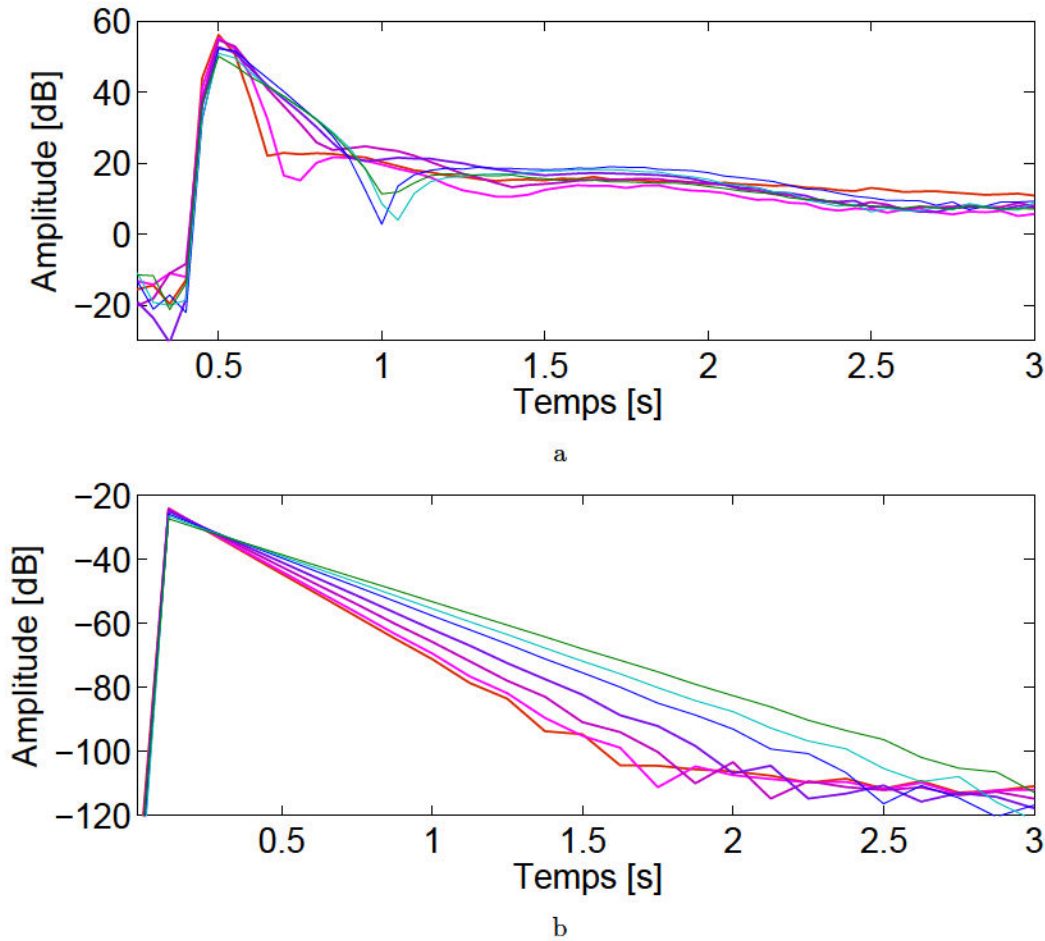


FIGURE 6.36 – Évolution temporelle mesurée (a) et synthétisée (b) du second partiel de la corde de La pour une modification en amplitude. Cas de référence [—] et cas 1 [—], 2 [—], 3 [—] et 5 [—], 6 [—], 7 [—] du Tableau 6.4.

Ces courbes permettent de conclure que l'amplitude du mode joue un rôle important sur l'évolution du partiel. La Figure 6.37 donne les amplitudes maximales ainsi que les pentes de ces évolutions et pour les différentes modifications d'amplitude. Ces cas sont notés de 1 à 7 suivant le Tableau 6.4.

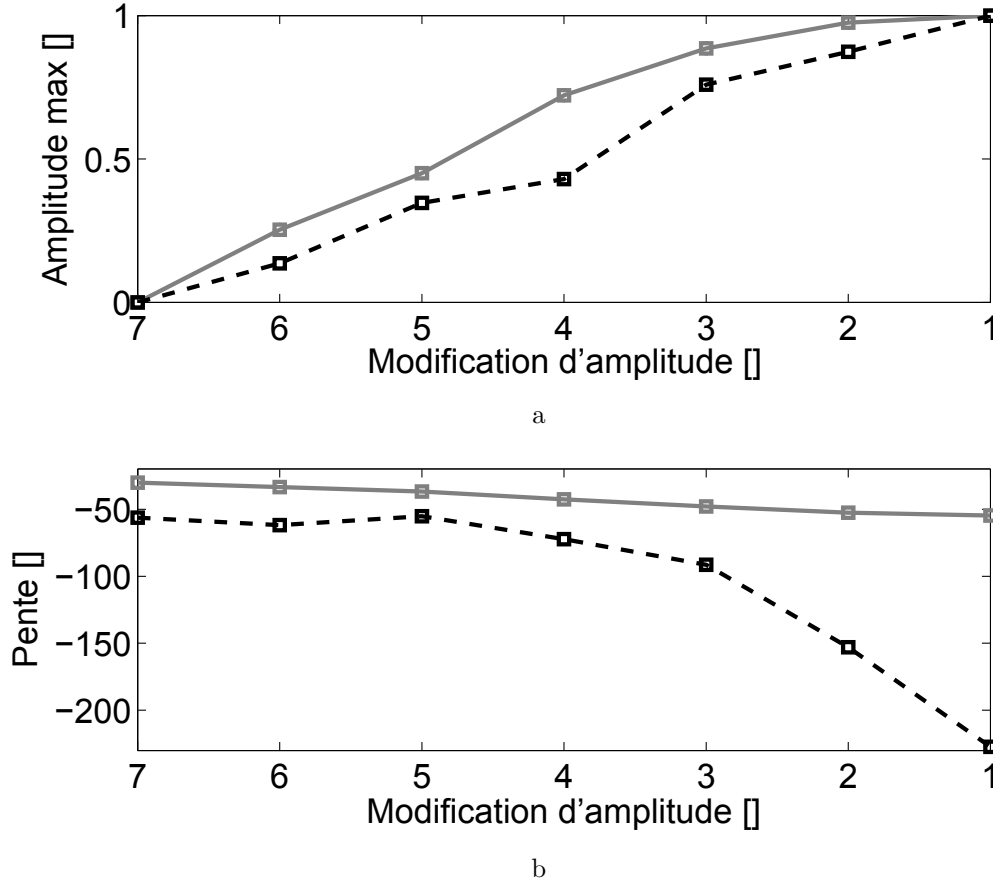


FIGURE 6.37 – Amplitudes maximales (a) et pentes (b) de l'évolution temporelle du second partiel de corde pour les différentes modifications d'amplitude dans le cas contrôlé [---] et synthétisé [—].

Lorsque l'amplitude du mode augmente, l'amplitude maximale du partiel augmente également ainsi que la pente de son évolution temporelle. Dans le cas du contrôle, cette dernière ne varie pas de façon linéaire alors que la synthèse prévoit une décroissance proportionnelle aux modifications d'amplitude du mode. Là encore, des phénomènes complexes entrent en jeu et influencent le comportement du partiel. Cependant, le fait que l'amplitude maximale du partiel ne fasse qu'augmenter, laisse penser que le couplage entre le mode et le partiel est toujours fort, d'après les résultats théoriques présentés par la Figure 6.15. Il serait nécessaire de pouvoir encore diminuer l'amplitude du mode pour voir si le couplage entre le mode et le partiel deviendrait faible.

6.3.4 Discussion

En plus de fournir une validation, que ce soit du contrôle ou de la synthèse, cette étude permet de conclure sur les avantages, les inconvénients et les limitations de chacune de ces méthodes. Ces points sont rapidement abordés ici.

L'avantage de la synthèse est d'être une méthode très stable dans le sens où elle

permet d'étudier une structure avec des caractéristiques fixes qui ne varient pas dans le temps et qui donne toujours les mêmes résultats. Ces conditions sont plus difficiles à obtenir dans le cadre du contrôle, puisqu'un instrument réel est soumis à des variations de température ou d'humidité qui modifient ses caractéristiques. La synthèse permet également d'étudier des variations très fines des paramètres et indépendamment les uns des autres. En contrôlant expérimentalement une des caractéristiques d'une structure, rien n'assure que toutes les autres restent fixes. Mais cela est également un point positif puisque le contrôle permet, dans ce cas, d'étudier des phénomènes de manière générale. La synthèse permet également d'étudier les effets d'un paramètre lorsqu'il est modifié de manière extrême. Cela n'est pas le cas du contrôle qui est limité par des contraintes physiques, comme par exemple sa consommation énergétique. Le principal avantage du contrôle actif est de permettre la modification *in situ* des caractéristiques des instruments de musique. Cela permet d'étudier expérimentalement des phénomènes complexes directement sur un instrument. Cela permet également de modifier ces paramètres dans le but de changer le son de l'instrument. Il est particulièrement intéressant de pouvoir modifier un instrument lorsqu'il est en conditions de jeu. En effet, le musicien est souvent considéré comme un acteur essentiel dans la production du son. Le fait d'étudier l'influence des paramètres de l'instrument lorsqu'il est "couplé" au musicien est un objectif qu'il était jusqu'à présent difficile d'atteindre et auquel le contrôle peut répondre.

Ces avantages et ces inconvénients permettent de conclure que le choix d'une de ces méthodes dépend essentiellement de l'objectif que l'utilisateur se fixe. Pour des études devant être très répétables et ne ciblant qu'un seul phénomène, la synthèse peut s'avérer adéquate. Lorsque le son et le musicien sont des points importants de l'étude, le contrôle peut sembler plus adapté. Néanmoins, le choix d'une méthode doit se faire au cas par cas en ayant conscience des limitations de chacune d'entre elles.

Chapitre 7

Conclusion

Synthèse des travaux effectués

Les travaux effectués lors de cette thèse s'inscrivent dans la continuité de ceux effectués sur le contrôle des instruments de musique comme ceux de Steven Griffin [51] ou de Henri Boutin [16]. Tout en s'appuyant sur ces études, sur leurs objectifs, leurs résultats et leurs perspectives, les travaux présentés dans ce manuscrit ont poursuivi leurs investigations et ont permis plusieurs avancées dans le domaine.

La première est de proposer une méthode globale permettant l'application d'un contrôle actif modal à différentes familles d'instruments de musique comme les instruments à cordes ou à vent. La méthode proposée est axée autour de la notion classique de mode propre de vibration. Cette dernière est particulièrement adaptée au domaine de l'acoustique des instruments de musique puisqu'elle permet de faire un lien intuitif et abordable entre les caractéristiques mécaniques d'un instrument et sa jouabilité ou sa sonorité. Les principales étapes nécessaires à l'application du contrôle sont succinctement résumées par

1. le choix de la structure à contrôler,
2. le choix des modes à contrôler en fonction des objectifs du contrôle,
3. le choix et l'optimisation des caractéristiques des transducteurs,
4. l'identification des modes de la structure,
5. le calcul des gains du contrôleur et de l'observateur en fonction du contrôle ciblé,
6. l'implémentation du contrôle.

Cette méthode part donc des objectifs que l'utilisateur souhaite atteindre et finit par l'application concrète du contrôle. La Figure 7.1 relie chacune de ces étapes aux éléments et aux outils utilisés pour appliquer la démarche proposée.

En ciblant de nouveaux objectifs, l'application de cette méthode modale aux instruments de musique pose nécessairement de nouvelles interrogations. Le contrôle actif a jusqu'à présent eu vocation à réduire les vibrations des structures ou le bruit émis par des sources parasites. Le fait de vouloir appliquer un contrôle actif aux instruments de musique impose d'adapter ces méthodes non plus pour réduire le son ou la vibration

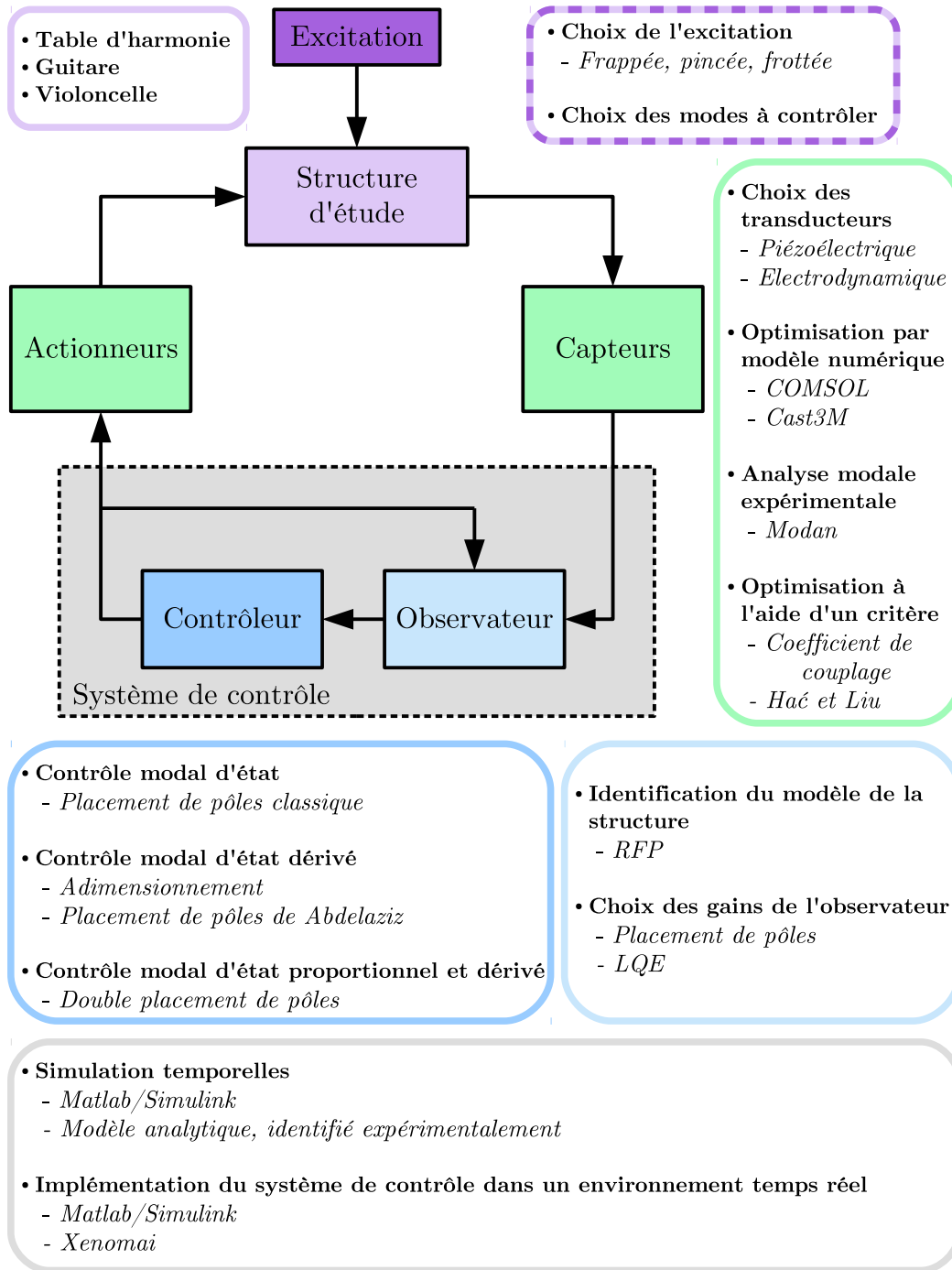


FIGURE 7.1 – Méthodes et outils utilisés pour appliquer un contrôle d'instruments de musique.

mais pour la modifier. Ces nouveaux objectifs nécessitent de nouvelles méthodes qui leurs sont adaptées. Cette thèse s'est particulièrement penchée sur le contrôle des am-

plitudes modales. Une méthode originale basée sur un contrôle d'état proportionnel et dérivé est proposée afin de modifier l'amplitude de vibration des modes ciblés. Le fait de contrôler à la fois l'état modal d'une structure et son état dérivé donne accès à la fois aux termes de déplacement, de vitesse et d'accélération des modes de cette structure. Ainsi, il est possible d'agir directement sur les amplitudes modales du système sans modifier ses fréquences propres ou ses facteurs d'amortissement. Avant, d'appliquer cette méthode, le contrôle d'état dérivé a été validé expérimentalement. En effet, bien que connu dans le domaine de l'automatique, assez peu d'applications ont été réalisées dans le domaine du contrôle des vibrations de structures complexes. Les matrices d'état de ces systèmes, possédant un grand nombre de degrés de liberté, sont souvent mal conditionnées pour ce type de contrôle lorsque la fréquence d'échantillonnage utilisée est grande. L'adimensionnement du modèle de la structure a permis de diminuer la dynamique de ces matrices et de rendre l'application des contrôles d'état dérivé et de l'amplitude modale possible. Bien que la modification de l'amplitude d'un seul mode à la fois est difficile avec cette méthode, elle permet tout de même de modifier efficacement l'amplitude d'une large bande de fréquence.

La démarche et les méthodes de contrôle proposées dans cette thèse permettent également de répondre à des besoins propres au domaine de l'acoustique musicale. Il est légitime de se poser la question de l'intérêt de contrôler les caractéristiques des instruments de musique. La réponse à cette question est multiple. Le premier intérêt, celui qui vient directement à l'esprit, est de pouvoir modifier *in situ* les paramètres mécaniques et physiques d'un instrument pour obtenir un son ciblé. Les musiciens ou les fabricants d'instruments peuvent alors choisir ces caractéristiques selon leurs attentes. Cependant, cet objectif ne peut être atteint que si les liens entre les paramètres mécaniques et les attributs acoustiques de l'instrument contrôlé sont connus. Ce point est une des questions essentielles étudiée dans le domaine de l'acoustique instrumentale. Les études ayant été réalisées afin de répondre à cette question utilisent des outils tels que la synthèse ou des tests subjectifs pour comprendre les effets des paramètres modaux sur les attributs perceptifs des instruments. Cependant, ces méthodes ont leurs limites. Le fait d'étudier, grâce au contrôle, l'influence de ces paramètres directement sur un instrument ouvre de nouvelles possibilités. La comparaison, réalisée lors de cette thèse, entre une méthode de synthèse et une méthode de contrôle, a permis de conclure sur les avantages et les inconvénients de chacune d'entre elles. Il n'y a évidemment pas de meilleure méthode. L'utilisation de l'une ou l'autre dépend principalement des objectifs que l'utilisateur souhaite atteindre. Si le but est d'obtenir des résultats sur un point précis qui ne nécessite pas la connaissance de l'ensemble du système étudié et si le musicien ou le côté instrumental de l'étude ne sont pas des points essentiels, la synthèse se révèle être un bon outil. Si le système sur lequel sont appliquées des modifications joue un rôle important dans le phénomène étudié, il peut être préférable d'utiliser le contrôle actif. Néanmoins, chaque problème possède ces particularités et doit être traité au cas par cas en connaissant les avantages et les inconvénients de ces méthodes.

Enfin, les instruments de musique sont des structures complexes qui mettent en jeu des phénomènes mécaniques très fins, maîtrisés de manière empirique, par les experts que sont les musiciens et les fabricants d'instruments. La compréhension de ces

phénomènes sur les instruments de musique peut sans aucun doute permettre de les appréhender sur d'autres structures et dans d'autres domaines. Le phénomène de couplage entre deux structures vibrantes étudié dans cette thèse, peut facilement être rattaché à des cas de couplage présents dans les domaines du bâtiment, de l'aéronautique ou des transports. Dans le cas du couplage corde/table d'harmonie, la méthode de contrôle proposée se révèle être un outil adapté pour l'étude et le contrôle de ce phénomène. Des paramètres, jouant un rôle essentiel dans le phénomène de couplage et n'étant jusqu'à présent que difficilement accessibles, ont pu être modifiés. Les conclusions d'études réalisées de manière analytique ou grâce à des simulations ou à de la synthèse ont pu être abordées expérimentalement. De plus, le fait que les résultats obtenus de manière analytique ou en synthèse correspondent à ceux obtenus à l'aide du contrôle actif, valide cette approche. Pour aller plus loin, des études analytiques ou réalisées à l'aide de simulations pourront désormais être validées grâce au contrôle.

Discussion et Perspectives

De nombreux points peuvent être discutés au sujet de la démarche et des méthodes de contrôle proposées. Quelques uns sont abordés ici suivant les étapes données précédemment. La première remarque concerne le choix des instruments étudiés lors de ce projet. La méthode appliquée ici au cas d'un monocorde, d'une guitare et d'un violoncelle peut être étendue à de nombreux autres instruments. Elle l'a d'ailleurs été dans le cadre de la thèse de Thibaut Meurisse [80] pour le contrôle modal d'une clarinette basse simplifiée. Cependant cette méthode n'est peut être pas adaptée à toutes les structures ni à n'importe quel objectif de contrôle. Les instruments à percussions composés de peaux montées sur un fût possèdent souvent une richesse modale assez importante. La principale source d'excitation de ces instruments est de type impulsion. Cette dernière excite donc un grand nombre de modes et ce, de manière transitoire. L'approche modale, qui utilise un modèle linéaire contenant les modes de la structure, n'est peut être pas la plus adaptée pour ce type de contrôle. Les résultats présentés dans ce manuscrit laissent penser que la méthode de contrôle des états proportionnel et dérivé n'est pas la plus adaptée pour modifier l'amplitude d'un mode de vibration sans modifier celle de ces voisins. Il est possible de s'approcher de ce cas si les caractéristiques des transducteurs sont bien choisies. Néanmoins, il serait intéressant d'explorer d'autres pistes et d'étudier d'autres algorithmes de contrôle permettant d'aller plus loin dans le contrôle des amplitudes modales. Des recherches préliminaires, effectuées en simulations, ont par exemple montré que l'estimation de la perturbation combinée à une méthode modale permettait le contrôle de l'amplitude d'un mode de vibration sans modifier celle de ces voisins.

Un autre point menant à considérer l'utilisation d'autres méthodes de contrôle concerne les limites d'application du contrôle actif modal. En effet, ce type de contrôle est adapté aux systèmes linéaires pouvant être décrits par un ensemble de modes. Les instruments sont souvent le siège de phénomènes plus complexes que ceux modélisés par un simple système linéaire. De plus, même si les différentes parties constituant un instrument peuvent être décrites de manière modale, il est assez lourd de représenter un

instrument complet de cette manière. La guitare en est un bon exemple. Si les modes d'une corde, ceux d'une table d'harmonie ou encore ceux obtenus par couplage de ces deux structures peuvent être modélisés facilement, il devient plus lourd de considérer un modèle modal contenant une table d'harmonie et six cordes. De plus, ces cordes peuvent être raccourcies par le musicien lorsqu'il joue, ce qui augmente encore la taille du modèle. D'après l'étude précédente, il est clair que le modèle linéaire contenant seulement les modes de la table d'harmonie, suffit à contrôler ce système couplé avec la corde. Cependant, ce système de contrôle est efficace seulement si ce couplage n'est pas trop important. Lorsque ce n'est plus le cas, une part de l'énergie dépensée par le système de contrôle pour modifier la structure est réinjectée dans la corde et n'est donc pas utilisée pour atteindre le contrôle ciblé. Ce phénomène est illustré par la Figure 7.2. Ces pertes d'énergie, non prévues par la théorie du contrôle linéaire, sont

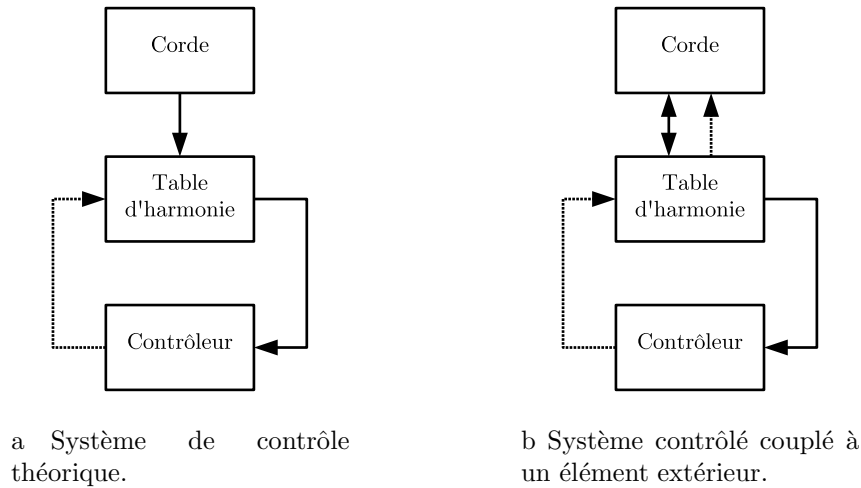


FIGURE 7.2 – [—] Énergie présente dans l'instrument naturellement et [....] énergie fournie par le système de contrôle.

une source d'erreurs qui peut parfois déstabiliser le contrôleur. Il peut alors s'avérer judicieux de modéliser ces pertes afin d'éviter ces instabilités. Pour aller plus loin, il pourrait également être envisagé de réaliser un contrôle de phénomènes non-linéaires.

Une remarque peut être faite au sujet de l'optimisation des caractéristiques des transducteurs. Bien que la méthode proposée, s'appuyant sur une analyse modale numérique ou expérimentale et sur le critère de Hać et Liu, soit efficace, elle nécessite un investissement qui semble démesuré aux vues des résultats obtenus. En effet, ce critère donne la position optimale à donner aux transducteurs dans le cas où ces derniers possèdent déjà une taille donnée. De plus, lorsqu'un des modes à contrôler possède une déformée très différente de celles des autres, ce critère donne une position contrôlant mal chacun de ces modes alors qu'il serait certainement préférable d'augmenter le nombre de transducteurs. L'analyse modale nécessaire à l'utilisation de ce critère, demande souvent un investissement en temps et en calcul important. En effet, dans le cas d'une analyse modale numérique, il est souvent difficile de réaliser un modèle réaliste de l'instrument

de musique étudié. Dans le cas d'une analyse modale expérimentale, l'identification des modes de vibration peut également s'avérer difficile pour des structures complexes telles que les instruments de musique. Il serait par conséquent judicieux d'explorer de nouvelles méthodes d'optimisation.

La méthode d'identification utilisée lors de cette thèse peut également être critiquée. En effet, l'algorithme RFP utilisé, bien qu'adapté à l'identification de la réceptance correspondant à une fonction de transfert entre une force et un déplacement, l'est moins pour d'autres types de fonctions de transfert. L'utilisation de cet algorithme entraîne, dans certains cas, une modélisation peu précise de la structure à contrôler. Cela peut se révéler gênant puisque le contrôle actif modal est sensible aux erreurs de modélisation. Ces erreurs de modélisation forcent l'utilisateur à trouver les configurations de contrôle, et notamment les gains de l'observateur, donnant un système de contrôle robuste. Il peut également être intéressant d'utiliser d'autres méthodes d'identification comme par exemple des méthodes haute résolution [36] ou encore des méthodes de modélisation à échelles de temps multiples [70].

Annexe A

Transducteurs

A.1 Matériau piézoélectrique

L'effet piézoélectrique peut être vu comme un transfert entre énergie électrique et énergie mécanique. Un tel transfert n'est possible que si le matériau cristallin utilisé a été polarisé de manière permanente. Lorsque sous l'effet d'une contrainte, des charges apparaissent à la surface du matériau piézoélectrique, l'effet piézoélectrique est dit direct. Inversement, lorsque soumis à un champ électrique le matériau se déforme, l'effet piézoélectrique est dit inverse. La Figure A.1 illustre ces deux cas.

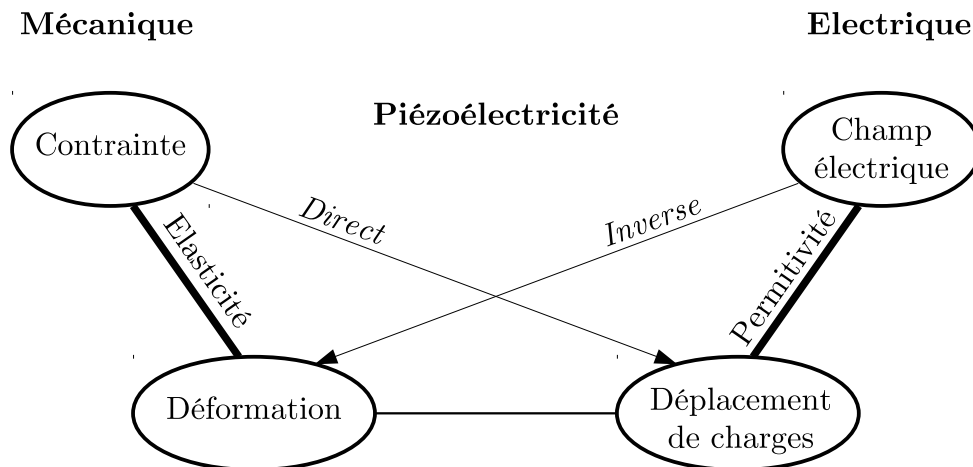


FIGURE A.1 – Effet piézoélectrique direct et inverse.

A.1.1 Théorie de la piézoélectricité linéaire

Il existe différents types de matériaux piézoélectriques et également différents moyens d'en produire. Chacun d'eux possèdent une description mathématique lui étant adaptée. Celle présentée ici se limite au cas de la théorie de la piézoélectricité linéaire [99]. Dans

ce cas, les équations constitutives de la piézoélectricité sont données par les lois de comportement

$$\begin{cases} \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}\boldsymbol{\epsilon} - \mathbf{e}^t \mathbf{E} \\ \mathbf{D} = \mathbf{e}\boldsymbol{\epsilon} + \boldsymbol{\alpha}_\epsilon \mathbf{E} \end{cases}, \quad (\text{A.1})$$

avec $\boldsymbol{\sigma}$ le tenseur du champ de contrainte $[Pa]$, $\boldsymbol{\epsilon}$ le tenseur du champ de déformation, \mathbf{D} le vecteur du champ de déplacement électrique $[C.m^{-2}]$, \mathbf{E} le vecteur du champ électrique $[V.m^{-1}]$. \mathbf{C} est le tenseur de rigidité à champ électrique constant $[Pa]$, \mathbf{e} le tenseur piézoélectrique sous forme contrainte $[N.(m.V)^{-1}]$ et $\boldsymbol{\alpha}_\epsilon$ le tenseur diélectrique à déformation constante $[F.m^{-1}]$. Ces lois de comportement peuvent également se mettre sous la forme

$$\begin{cases} \boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{S}\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{d}^t \mathbf{E} \\ \mathbf{D} = \mathbf{d}\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\alpha}_\sigma \mathbf{E} \end{cases}, \quad (\text{A.2})$$

avec \mathbf{S} le tenseur de souplesse à champ électrique constant $[Pa^{-1}]$, \mathbf{d} le tenseur piézoélectrique sous forme déformation $[C.N^{-1}]$ et $\boldsymbol{\alpha}_\sigma$ le tenseur diélectrique à contrainte constante $[F.m^{-1}]$.

Dans l'optique d'utiliser cette théorie pour la modélisation d'une smart structure dans l'espace d'état, l'approche par éléments finis est utilisée [87, 33]. Cette représentation est obtenue à partir des équations A.1 et A.2 et du principe d'Hamilton

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (\mathcal{L} + \mathcal{W}) dt = 0, \quad (\text{A.3})$$

où t_1 et t_2 sont deux instants et δ indique une petite variation. \mathcal{L} est le Lagrangien et \mathcal{W} le travail virtuel des forces mécaniques et électriques externes. L'élaboration du modèle éléments finis d'une smart structure est détaillée dans [87]. Dans le cas de structures faiblement amorties, l'amortissement peut ne pas être pris en compte. Dans ce cas et en reprenant les notations de 2.1 le modèle de la structure s'écrit

$$\begin{cases} \mathbf{M}_{\delta\delta} \ddot{\boldsymbol{\delta}}(t) + \mathbf{K}_{\delta\delta} \boldsymbol{\delta}(t) + \mathbf{K}_{\delta\varphi} \boldsymbol{\varphi}(t) = \mathbf{F}(t) \\ \mathbf{K}_{\delta\varphi}^t \boldsymbol{\delta}(t) + \mathbf{K}_{\varphi\varphi} \boldsymbol{\varphi}(t) = \mathbf{Q}(t) \end{cases}, \quad (\text{A.4})$$

avec $\mathbf{K}_{\delta\varphi}$ la matrice de couplage piézoélectrique, $\boldsymbol{\varphi}(t)$ le vecteur du potentiel électrique, $\mathbf{K}_{\varphi\varphi}$ la matrice de capacité et $\mathbf{Q}(t)$ la matrice des charges électriques. Ce modèle général ne différencie pas le fait que le patch piézoélectrique modélisé soit un capteur ou un actionneur. Cette différence apparaît en fonction des conditions aux limites électriques imposées aux bornes du composant piézoélectrique, c'est à dire sur les valeurs de $\boldsymbol{\varphi}(t)$ et de $\mathbf{Q}(t)$. Trois cas sont possible suivant la valeur de $\boldsymbol{\varphi}(t)$ et représentent trois conditions aux limites électriques imposées aux bornes du patch piézoélectrique. Le premier cas consiste à contraindre $\boldsymbol{\varphi}(t)$ à une certaine valeur $\boldsymbol{\varphi}^c$. Dans ce cas la charge correspondante est notée \mathbf{Q}^c . Ce cas peut par exemple correspondre à un actionneur piézoélectrique piloté en tension. Le second cas consiste à contraindre $\boldsymbol{\varphi}(t)$ égale à zéro, $\boldsymbol{\varphi}^0 = 0$. La charge \mathbf{Q}^0 est alors recherchée. Ce cas correspond par exemple à un capteur piézoélectrique conditionné en charge. Enfin le troisième cas consiste à laisser $\boldsymbol{\varphi}(t)$ libre

noté φ^u . La charge \mathbf{Q}^u est alors nulle. Ce cas correspond à un patch piézoélectrique libre simplement fixé à une structure. Pour pouvoir utiliser des patches piézoélectriques dans ces différentes configurations, il est nécessaire d'utiliser selon les cas, des amplificateurs ou des conditionneurs.

A.2 Optimisation des caractéristiques transducteurs

L'objectif de cette section est de déterminer les caractéristiques des transducteurs installés sur une structure permettant d'obtenir la meilleure contrôlabilité et observabilité. La position de ces transducteurs est étudiée. Après une partie bibliographique succincte, une démarche utilisant des modèles numériques et permettant, à l'aide de critère d'observabilité et de contrôlabilité, de trouver les caractéristiques optimales pour ces transducteurs est proposée. Dans la suite, les étapes d'optimisation sont présentées dans le cas de patches piézoélectriques. La méthode proposée pour trouver le positionnement optimal des transducteurs peut être étendue à d'autres types de transducteurs. En effet, en changeant de type de transducteur, seuls les matrices actionneur et capteur sont modifiées dans la modélisation utilisée par les critères. Mise à part en amplitude les résultats obtenus dans ces cas seront donc les mêmes qu'avec des patches piézoélectriques.

A.2.1 État de l'art

De nombreuses études traitant de l'optimisation du positionnement et du dimensionnement de patches piézoélectriques ont déjà été réalisées. Quelques unes d'entre elles sont citées afin d'en dégager des critères évaluant l'efficacité du couplage électromécanique de transducteurs fixés sur une structure. Hać et Liu donnent en 1993 [56] un critère basé sur la contrôlabilité et l'observabilité définies pour chaque patch présent sur la structure à contrôler. Cette méthode utilise des concepts mathématiques tels que les grammians de contrôlabilité et d'observabilité. Elle permet de cibler les modes à contrôler en pondérant également ceux à ne pas contrôlés afin de limiter leurs potentiels effets indésirables. En 2002, Petitjean [85] s'intéresse à l'optimisation d'ensembles capteur/actionneur pour le contrôle de structures fortement amorties. Il étudie la contrôlabilité de différents transducteurs positionnés sur une plaque de matériaux composites, soumise à des bruits divers. Son étude se conclut par l'étude des effets du contrôle sur le champ acoustique rayonné. En fonction des résultats obtenus, il conclut sur l'efficacité des transducteurs étudiés. L'année suivante, Halim [58] propose une méthode d'optimisation pour le placement d'ensembles capteur/actionneur piézoélectriques collocalisés sur des plaques minces. Il choisit lui aussi d'utiliser les notions de contrôlabilité et d'observabilité pour optimiser l'efficacité de ses transducteurs. Il définit grâce à cela les notions de contrôlabilité et d'observabilité modales et spatiales. Il leur impose ensuite des conditions pour obtenir une efficacité cible. Cette méthode prend également en compte et tente de limiter le phénomène de spillover. En 2012, Ducarne [35] propose une méthode modale permettant d'optimiser la position ainsi que l'épaisseur de patches piézoélectriques utilisés comme shunt sur des poutres. Le critère utilisé est alors

l'amortissement de la structure que l'on cherche à maximiser. Il utilise pour cela le coefficient de couplage modal défini par exemple dans [57]. Ce coefficient dépend des caractéristiques mécaniques des matériaux utilisés, de leurs dimensions ainsi que des modes étudiés. Toutes ces études donnent différents critères d'optimisation qui permettent souvent d'évaluer l'efficacité du couplage électromécanique sans passer par une étude expérimentale.

Dans la suite le plus simple de ces critères, c'est à dire le coefficient de couplage électromécanique, est utilisé pour étudier la position des patchs piézoélectriques. Le critère de Hać et Liu appelé index de performance est ensuite utilisé pour optimiser la position des transducteurs sur deux des structures présentées dans la section 4.1.

A.2.2 Restriction du nombre de modes ciblés

Les instruments à cordes sont des structures complexes. Lorsqu'ils sont joués, de nombreux modes sont excités. Ces derniers régissent en partie la vibration de l'instrument et par conséquent le son qu'il produit. Il serait évidemment intéressant de pouvoir tous les contrôler et ainsi de pouvoir agir sur de nombreuses et de larges bandes de fréquence du son rayonné par l'instrument. Cependant, il est impossible de contrôler une infinité de modes avec un nombre fini de transducteurs. L'utilisation d'un système SISO impose donc de se restreindre dans le choix des modes ciblés par le contrôle. Que ce soit pour le monocorde, la guitare ou le violoncelle, un certain nombre de modes doivent être choisis en fonction de critères acoustiques. Les détails de ces choix sont donnés dans la suite pour les trois structures étudiées. Cependant, la restriction du nombre de modes ciblés n'implique pas l'impossibilité de contrôler d'autres modes de ces structures. En effet, il se peut qu'un mode, indépendamment de l'optimisation, soit contrôlable même s'il n'a pas été choisi comme cible.

A.2.2.1 Pour le monocorde

Dans le cas du monocorde le choix des modes à cibler s'est fait de manière intuitive. Un des objectifs du contrôle est de pouvoir agir sur le son de cet instrument simplifié. La modification des paramètres modaux de la table d'harmonie du monocorde ne permet pas de modifier les fréquences du son rayonné puisqu'elles sont imposées par la corde. Cependant, il semble possible de moduler en amplitude ou de modifier l'amortissement des partiels de ce son. Afin d'obtenir des modifications perceptibles, les partiels du son auxquels l'oreille humaine est sensible ont été choisis. la fondamentale, l'octave, la quinte et la tierce d'un son lorsqu'il est harmonique ou quasi-harmonique font partie de ces partiels facilement identifiables. Il a donc été décidé de contrôler les modes du monocorde permettant d'agir sur ces derniers. Afin de pouvoir contrôler des modes ayant une fréquence proche de celle de la tierce d'un son de corde, cette dernière est tendue de manière à avoir une fréquence fondamentale assez basse. Deux cas sont étudiés ici, le premier pour lequel la fréquence fondamentale de la corde est fixée à $70Hz$ et le second à $80Hz$. La Figure A.2 représente les spectres du son d'une corde frottée pour ces deux cas. L'impédance au chevalet du monocorde mesurée à l'aide d'un marteau d'impact et

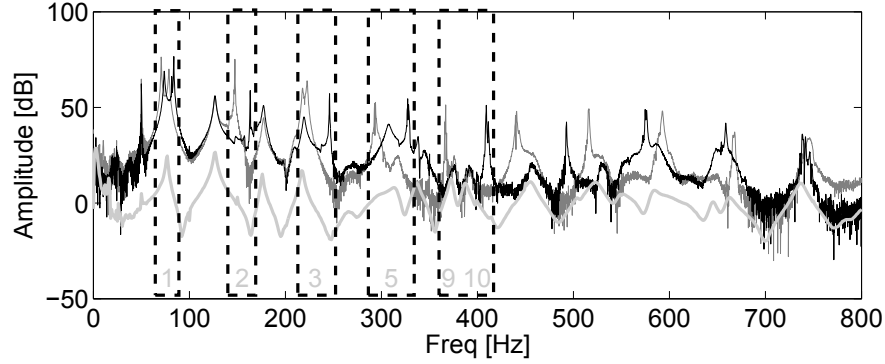


FIGURE A.2 – Superposition de deux spectres de son de corde frottée ayant une fréquence fondamentale de 70Hz et 80Hz et de l’impédance au chevalet du monocorde.

d’un accéléromètre y est superposée. Cette figure permet de constater que de cibler les modes 1, 2, 5, 9 et 10 de la table d’harmonie permettrait d’agir sur la fondamentale, l’octave, la quinte et la tierce de ces sons. Ces modes et ces partiels sont encadrés sur la Figure A.2. Le Tableau A.1 résume les correspondances entre les modes et les partiels donnés par la Figure A.2.

Harmonique	Fréquence [Hz]	Mode
1 (Fondamentale)	70-80	1
2 (Octave)	140-160	2
3 (Quinte)	210-240	5
5 (Tierce)	280-320	9 & 10

TABLEAU A.1 – Modes ciblés afin d’agir sur les partiels 1, 2, 3 et 5 des sons de corde.

A.2.2.2 Pour la guitare

Le choix des modes à contrôler sur la table d’harmonie de guitare s’appuie sur l’étude réalisée en collaboration avec Donatien Crochu lors de son stage au sein du projet IMAREV. Cette étude s’est elle même appuyée sur la thèse de Wright [108] dans laquelle il définit les modes et les paramètres modaux ayant une influence essentielle sur le son des guitares. Pour ce faire Wright a réalisé des tests perceptifs à l’aide d’un modèle de synthèse. Avant lui, Meyer [81] proposait également de relier les attributs perceptifs des guitares à leurs paramètres mécaniques. Ces études ont permis à Crochu de résumer les effets des paramètres modaux sur le son dans le Tableau A.2.

Effet voulu sur le son	Mode sur lequel agir	Paramètre à modifier	Modification à apporter	Effet
Plus fort et brillant	$T(1, 1)_2$	Amplitude	Augmentation	Global
Plus fort et brillant	$T(1, 2)$	Amplitude	Augmentation importante	Global
Plus fort et brillant	$T(3, 1)$	Amplitude	Augmentation importante	Global
Plus fort et brillant	Modes $> T(1, 1)_2$	Amplitude	Augmentation	Global
Plus fort et brillant	Modes $> T(1, 2)$	Amplitude	Augmentation	Global
Plus sourd	$T(1, 2)$	Amplitude	Faible augmentation	Global
Plus sourd	$T(3, 1)$	Amplitude	Faible augmentation	Global
Plus sourd	Modes à aire négative	Amplitude	Faible augmentation	Global
Plus sourd	$T(1, 1)_2$	Fréquence	Augmentation ou diminution	Global
Plus sourd	$T(1, 2)$	Fréquence	Augmentation ou diminution	Global
Plus déséquilibré	Tous les modes	Fréquences	Augmentation ou diminution	Local
Diminution tenue de note	$T(1, 1)_2$	Amplitude	Augmentation	Diminution sustain
Déséquilibre amplification basses	$T(1, 1)_1$	Fréquence	Diminution	Local
Attaque plus dure	$T(1, 1)_2$	Amplitude	Augmentation	Sur le transitoire
Attaque plus douce	$T(1, 1)_2$	Amortissement	Augmentation	Sur le transitoire
Attaque	$T(1, 1)_2$	Fréquence	Augmentation	À qualifier
Éviter la note du loup	$T(1, 1)_2$	Fréquence	Placer à 1/4 de ton de la note la plus proche	Global

TABEAU A.2 – Récapitulatif de l’influence des paramètres modaux sur le son d’une guitare de synthèse.

Dans ce tableau les modes de table sont désignés par deux numéros, le premier indiquant le nombre de ventres rencontrés lorsque le mode est balayé horizontalement et le second le nombre de ventres rencontrés lorsque le mode est balayé verticalement. La verticale et l’horizontale correspondent à celles de la Figure 4.5. L’indice indique

l'ordre en fréquence des modes lorsque plusieurs d'entre eux possèdent le même nombre de ventres dans les deux directions. D'après ces résultats et en prenant en compte les contraintes imposées par l'utilisation d'un système de contrôle actif, Crochu conclut que les modes à contrôler sur le modèle de guitare utilisé sont les modes $T(1, 1)$, $T(2, 1)$, $T(1, 2)$ et $T(3, 1)$ correspondant aux modes 1, 2, 3 et 5 de la table d'harmonie.

A.2.2.3 Pour le violoncelle

Dans le cas du violoncelle, le choix des modes ciblés est plus simple. En effet, l'objectif du contrôle est d'annuler une note du loup présente sur l'instrument. Il semble donc intuitif de contrôler des modes ayant une fréquence proche de celle de la note perturbée. La note du loup ayant été identifiée sur le Mi_3 , des impédances ont été mesurées sur un maillage grossier de la table d'harmonie de l'instrument afin de trouver les modes correspondant. Cette campagne de mesure a permis de conclure que pour agir sur la note possédant un loup, le contrôle du deuxième mode de la table d'harmonie du violoncelle était suffisant.

A.2.3 Réalisation des modèles numériques

Dans le cas du monocorde et de la guitare et afin de contrôler efficacement les modes ciblés, des modèles numériques ont été réalisés pour trouver les caractéristiques optimales des transducteurs. Comme précisé précédemment, seul le cas des patches piézoélectriques est étudié ici. L'influence de leurs dimensions, de leur orientation et de leur position sont trois critères importants dans cette étape d'optimisation. Seule la position est étudiée ici. La notion d'analyse modale se révèle également essentielle. En effet, la connaissance théorique des modes propres des structures étudiées va permettre de mener à bien cette étape d'optimisation. Les deux premiers paragraphes de cette section présentent les modèles utilisés dans cette étude. Le dernier paragraphe présente une comparaison des modes propres obtenus numériquement à l'aide de ces modèles et ceux obtenus expérimentalement. Cette comparaison a pour but d'assurer une bonne correspondance entre les modèles utilisés et les structures étudiées.

A.2.3.1 Modèle numérique du monocorde

Le modèle utilisé pour la table d'harmonie du monocorde est réalisé sous COMSOL et modélise la plaque décrite dans la section 4.1.1. La formulation éléments finis utilisée dans ce logiciel est donnée par l'équation A.4. Les dimensions de cette plaque sont données dans le tableau 4.1. Les propriétés mécaniques telles que l'anisotropie du bois sont également prises en compte. On en donne les paramètres dans le tableau A.3.

E_x	11.5 <i>GPa</i>
E_y, E_z	0.47 <i>GPa</i>
$\nu_{xy}, \nu_{xz}, \nu_{yz}$	0.005
G_{xy}, G_{xz}, G_{yz}	0.5 <i>GPa</i>
ρ	392 <i>kg.m</i> ⁻³

TABLEAU A.3 – Caractéristiques mécaniques utilisées dans COMSOL pour la modélisation en éléments finis du monocorde.

Avec E les modules d’Young, ν les coefficients de Poisson, G les modules de cisaillement et ρ la masse volumique de la plaque d’épicéa. Il est important de noter que ces valeurs ont été choisies arbitrairement dans la littérature [55] et que selon le bois choisi pour confectionner la table d’harmonie, elles peuvent varier de manière non négligeable. Un patch piézoélectrique, dont les dimensions et le positionnement peuvent être modifiés, est ensuite modélisé sur la plaque. Le matériau utilisé pour cette modélisation est le PZT-5H défini dans la bibliothèque de matériaux de COMSOL dont les valeurs sont données dans le Tableau A.4.

Notations	Valeurs
Constantes élastiques	
$C_{11} = C_{22}$	1, 27205.10 ¹¹ Pa
C_{12}	8, 02122.10 ¹⁰ Pa
$C_{13} = C_{23}$	8, 46702.10 ¹⁰ Pa
C_{33}	1, 17436.10 ¹¹ Pa
$C_{44} = C_{55}$	2, 30000.10 ¹⁰ Pa
C_{66}	2, 30000.10 ¹⁰ Pa
Constantes piézoélectriques	
e_{15}	17 N/(mV)
e_{31}	-6,62281 N/(mV)
e_{33}	23,2403 N/(mV)
Constantes diélectriques	
α_{11}	1, 50518.10 ⁻⁸ F/m
α_{33}	1, 30154.10 ⁻⁸ F/m

TABLEAU A.4 – Constantes élastiques et électriques de l’élément piézoélectrique PZT-5H.

A.2.3.2 Modèle numérique de guitare

Pour la réalisation du modèle numérique de la table d’harmonie de guitare, le logiciel Cast3M s’appuyant également sur la méthode des éléments finis est utilisé. Le modèle de cette table d’harmonie est cependant plus complexe que dans le cas du monocorde puisqu’elle possède une géométrie non triviale mais également des barrages, un chevalet ainsi qu’une partie du manche de la guitare. Un patch piézoélectrique est ensuite intégré au modèle de table d’harmonie et déplacé sur cette dernière afin d’en trouver la position optimale pour contrôler les modes ciblés. La Figure A.3 donne les principales étapes de

la création du modèle de la table d'harmonie sous Cast3M et repose sur des travaux réalisés en collaboration avec Arthur Givois et Donatien Crochu.

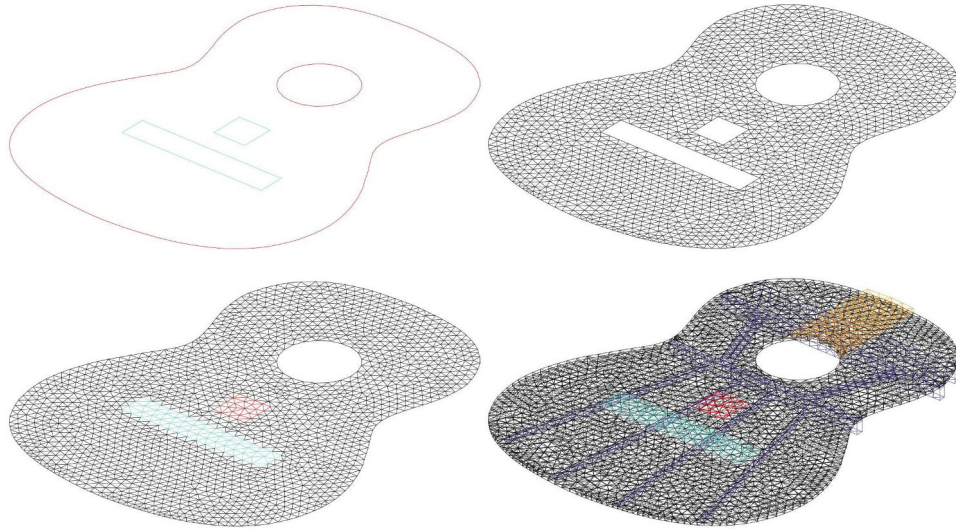


FIGURE A.3 – Principales étapes de la création du modèle de la table d'harmonie de guitare. Définition des contours, maillage de la table, insertion du chevalet et du patch piézoélectrique, insertion des barrages et du manche.

La condition aux limites du modèle est encastree et la table d'harmonie est considérée orthotrope. Les éléments finis utilisés pour ce maillage sont de type te10 et py13 correspondant à des éléments 3D quadratiques tétraédriques à 10 noeuds et pyramidaux à 13 noeuds. Seuls les trois composantes de déplacement notées $[U_x, U_y, U_z]$ sont prises en compte pour ces éléments ce qui confère 30 degrés de liberté pour les éléments de type te10 et 39 pour ceux de type py13.

Pour l'intégration du patch piézoélectrique, Cast3M ne propose pas d'élément correspondant à des matériaux piézoélectriques et possédant le degré de liberté habituel supplémentaire appelé degré de liberté électrique. Le patch piézoélectrique est donc ajouté à la structure en utilisant les équations de A.1 issue de la théorie de la piézoélectricité linéaire [47]. Les propriétés électromécaniques du matériau piézoélectrique sont directement intégrées dans ses constantes élastiques. Deux cas sont implémentés. Dans le premier, le patch piézoélectrique est en court-circuit. Le champ électrique \mathbf{E} au bornes du patch est donc nul. Dans ce cas, A.1 devient

$$\begin{cases} \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}\boldsymbol{\epsilon} \\ \mathbf{D} = \mathbf{e}\boldsymbol{\epsilon} \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

En court-circuit les caractéristiques mécaniques du patch sont donc équivalentes à celles d'un matériau non piézoélectrique.

Le deuxième cas implémenté est celui pour lequel le patch piézoélectrique est en

circuit ouvert. Dans ce cas, le déplacement électrique \mathbf{D} est nul et A.1 devient

$$\begin{cases} \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}\boldsymbol{\epsilon} - \mathbf{e}^t \mathbf{E} \\ \mathbf{0} = \mathbf{e}\boldsymbol{\epsilon} + \boldsymbol{\alpha}_\epsilon \mathbf{E} \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

À l'aide de la deuxième égalité de A.6, il est possible d'exprimer \mathbf{E} en fonction de $\boldsymbol{\epsilon}$ et de réécrire la première équation de A.6 telle que

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}_E \boldsymbol{\epsilon}, \quad (\text{A.7})$$

avec \mathbf{C}_E le nouveau tenseur de rigidité intégrant le caractère piézoélectrique du patch en circuit ouvert. Ces deux cas sont utilisés dans la suite pour donner un coefficient rendant compte de l'efficacité de l'effet piézoélectrique direct ou inverse qu'a le patch lorsqu'il est fixé sur la table d'harmonie. Les dimensions et les propriétés mécaniques des différents matériaux utilisés dans ce modèle sont donnés dans les Tableaux A.4, A.5, A.6 et A.7.

Notations	Valeurs
Bois	
ρ_{epicea}	390 kg/m^3
$\rho_{\text{palissandre}}$	550 kg/m^3
e_{table}	3.10^{-3} m
Élément piézoélectrique	
ρ_{piezo}	7500 kg/m^3
L_{piezo}	40.10^{-3} m
l_{piezo}	40.10^{-3} m
e_{piezo}	$0, 2.10^{-3} \text{ m}$

TABLEAU A.5 – Propriétés géométriques et massiques de la table d'harmonie et de l'élément piézoélectrique.

Notations	Valeurs
Constantes élastiques	
E_L	$11, 800000.10^9 \text{ Pa}$
E_T	$0, 5100000.10^9 \text{ Pa}$
E_R	$0, 9200000.10^9 \text{ Pa}$
ν_{LR}	$0, 3722397$
ν_{TR}	$0, 2451923$
ν_{LT}	$0, 4664032$
G_{TL}	$0, 7300000.10^9 \text{ Pa}$
G_{RT}	$0, 0400000.10^9 \text{ Pa}$
G_{RL}	$0, 7600000.10^9 \text{ Pa}$

TABLEAU A.6 – Constantes élastiques de l'épicéa utilisé pour la table d'harmonie et les barrages.

Notations	Valeurs
Constantes élastiques	
E_L	$15,000000.10^9$ Pa
E_T	$0,4682700.10^9$ Pa
E_R	$0,8494200.10^9$ Pa
ν_{LR}	0,3720000
ν_{TR}	0,4350000
ν_{LT}	0,4670000
G_{TL}	$0,6642900.10^9$ Pa
G_{RT}	$0,0326700.10^9$ Pa
G_{RL}	$0,6969600.10^9$ Pa

TABLEAU A.7 – Constantes élastiques du palissandre utilisé pour le manche et le chevalet.

A.2.3.3 Validation des modèles par comparaison avec une analyse modale expérimentale

Avant de servir pour l'optimisation, ces deux modèles sont validés par comparaison avec une analyse modale expérimentale réalisée au laboratoire de l'Institut Jean Le Rond d'Alembert de Saint Cyr avec l'aide de François Ollivier. Le montage expérimental utilisé est représenté sur la Figure A.4.

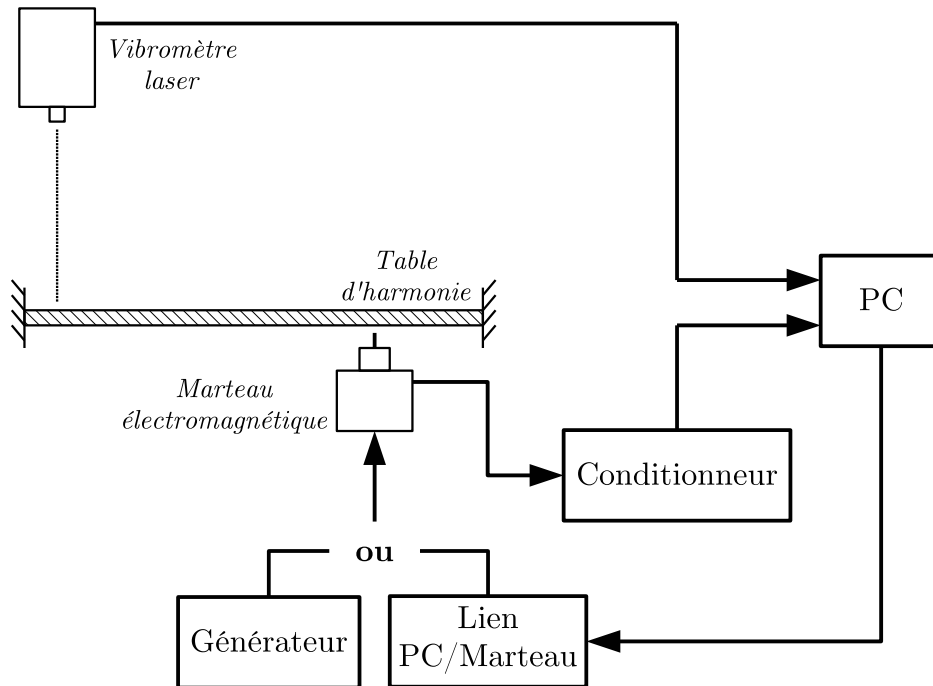
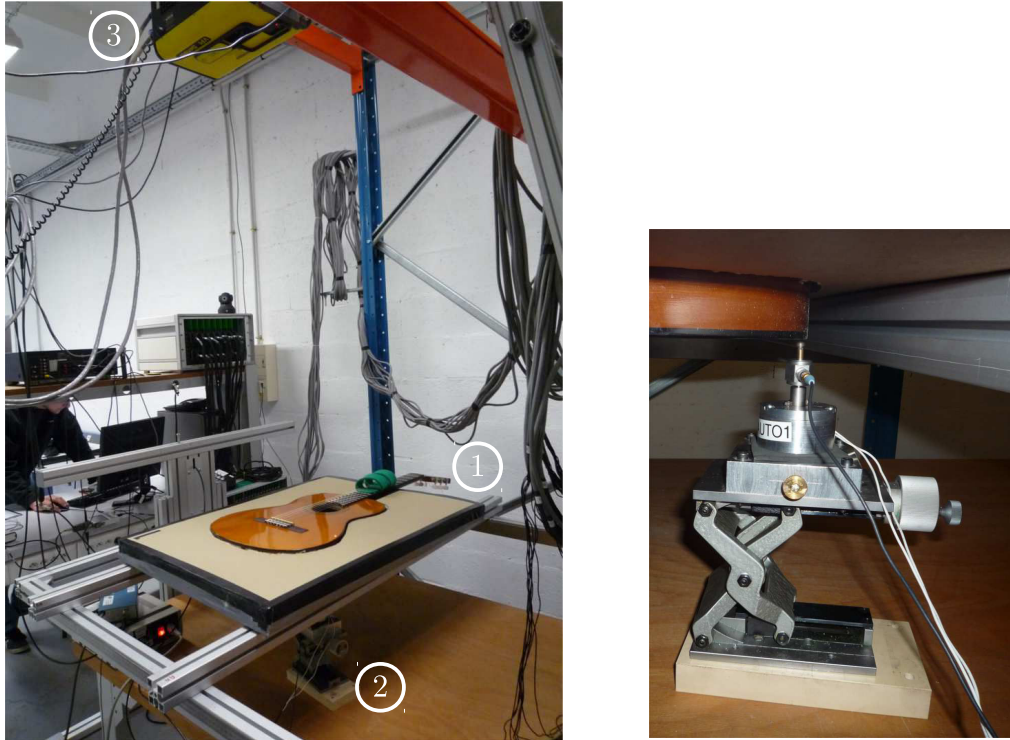


FIGURE A.4 – Montage expérimental utilisé lors des mesures servant à l'analyse modale.

L'excitation des tables d'harmonie se fait à l'aide d'un marteau d'impact automatique dont la force est contrôlée et représenté sur la Figure A.5b. Dans le cas du monocorde, le marteau impacte directement la table d'harmonie. L'excitation se fait en dessous de la plaque en un point unique et choisi de telle sorte que le maximum de modes soient excités. Dans le cas de la guitare, la table d'harmonie est excitée par le dessous par l'intermédiaire de l'éclisse. Le choix de ce point d'excitation représenté sur la Figure A.5b permet d'exciter un maximum de mode sans gêner la mesure de la vibration de la table d'harmonie. La guitare est fixée dans un support en mousse évitant l'excitation des modes de corps rigide.

Les mesures sont réalisées grâce à un vibromètre laser à balayage situé au dessus de la table d'harmonie. La vitesse de vibration de cette dernière est mesurée sur un nombre de points déterminé au préalable et formant un maillage de la table. Le pas choisi est de $20mm$ pour le monocorde et de $10mm$ pour la guitare. Cette résolution est suffisante pour observer les déformées des modes ciblés. Un ordinateur réalisant les traitements nécessaires à l'acquisition des données est lié à ces éléments par l'intermédiaire d'une carte d'acquisition National Instrument et d'un conditionneur pour le marteau. Un oscilloscope permettant une visualisation directe des signaux ainsi qu'un générateur permettant un contrôle manuel du marteau sont également ajoutés au montage. L'acquisition des données est réalisée à l'aide d'une routine Matlab. Ce montage expérimental lors de mesures sur la guitare est représenté sur la figure A.5a.



a Montage expérimental utilisé pour les mesures permettant l'analyse modale. ① Guitare, cordes étouffées et fixée dans un cadre de mousse, ② marteau automatique, ③ vibromètre laser à balayage.

b Détails du marteau automatique.

FIGURE A.5 – Détails du montage expérimental lors de mesures sur la guitare.

Le logiciel d'analyse modale Modan est ensuite utilisé pour identifier les modes de vibration des tables d'harmonie. Une technique de Curve Fitting Linéaire (LCF avancé) est utilisée pour réaliser cette identification. Cet algorithme utilise les fonctions de transfert mesurées sur la structure pour identifier ses modes de vibration. Cette méthode fonctionne dans le domaine fréquentiel et se base sur un modèle de fractions rationnelles ainsi que sur une approximation polynomiale des modes hors de la bande de fréquence étudiée.

Les déformées modales ainsi que les fréquences propres obtenues expérimentalement sont comparées aux résultats numériques. Un recalage grossier des caractéristiques utilisées pour la modélisation numérique est effectué pour approcher le plus possible les valeurs numériques des valeurs expérimentales.

A.2.4 Outils utilisés pour l'optimisation

A.2.4.1 Coefficient de couplage électromécanique

Le coefficient de couplage électromécanique est un outil adapté à la réalisation simple de l'étape d'optimisation. Ce coefficient caractérise la capacité qu'a un patch

piézoélectrique à transformer de l'énergie électrique en énergie mécanique et inversement lorsqu'il est fixé sur une structure. Ce coefficient est calculé pour chaque mode de vibration de la structure et pour une position donnée du patch sur cette dernière. Il donne pour le $i^{\text{ème}}$ mode la capacité qu'a le patch à le contrôler ou à l'observer. Ce coefficient est donné par

$$k_i = \sqrt{\frac{f_{co,i}^2 - f_{cc,i}^2}{f_{co,i}^2}} = \sqrt{\frac{\omega_{co,i}^2 - \omega_{cc,i}^2}{\omega_{co,i}^2}}, \quad (\text{A.8})$$

avec $f_{co,i}$ et $\omega_{co,i}$ la fréquence et la pulsation propres du $i^{\text{ème}}$ mode lorsque le patch piézoélectrique est en circuit ouvert et $f_{cc,i}$ et $\omega_{cc,i}$ la fréquence et la pulsation propres du $i^{\text{ème}}$ mode lorsque le patch piézoélectrique est en court-circuit [1]. Les coefficients de couplage électromécanique peuvent donc être calculés numériquement puisque la théorie de la piézoélectricité linéaire permet d'obtenir les fréquences propres des modèles numériques lorsque le patch est en court circuit et en circuit ouvert. Une analyse modale faite sur les modèles éléments finis permet donc de calculer ces coefficients de couplage lorsque le patch est déplacé sur l'ensemble de la structure étudiée.

A.2.4.2 Index de performance

Les coefficients de couplage électromécaniques permettent de trouver la position donnant une efficacité maximale lorsque l'on ne souhaite contrôler qu'un seul mode. Cependant, l'objectif du contrôle est de pouvoir agir sur plusieurs modes à la fois. La position optimale d'un transducteur dépend donc de chacun des modes à contrôler. Le critère proposé par Hać et Liu est un outil permettant de prendre en compte cette contrainte [56]. Ce critère consiste à donner un index de performance PI sur toute la plaque localisant les zones de contrôlabilité et d'observabilité maximales. Ces index sont calculés à partir des grammians de contrôlabilité et d'observabilité du système étudié. La première étape consiste donc à modéliser ce système. La représentation dans l'espace d'état modal permet à la fois de conserver les notations proposées dans [56] et de correspondre à la modélisation utilisée par le contrôle modal. Pour permettre le calcul de cet index de performance les matrices d'état du système sont réécrites par rapport à celles de 2.3. Comme l'explique Gawronski [45], cette écriture est équivalente à celle donnée par 2.18 et 2.20 et se présente sous la forme

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2\mathbf{\Xi}\mathbf{\Omega} & -\mathbf{\Omega} \\ \mathbf{\Omega} & \mathbf{0}_{n,n} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} g_a \Pi_1^a \\ 0 \\ \vdots \\ g_a \Pi_n^a \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} g_c \Pi_1^c \\ 0 \\ \vdots \\ g_c \Pi_n^c \\ 0 \end{bmatrix}^t, \quad (\text{A.9})$$

avec dans le cas des patches piézoélectriques

$$\Pi_i^a = \sqrt{\frac{C_p k_{a,i}^2 \omega_{cc,i}^2}{1 - k_{a,i}^2}}, \quad \Pi_i^c = \sqrt{\frac{C_p k_{c,i}^2 \omega_{cc,i}^2}{1 - k_{c,i}^2}}, \quad (\text{A.10})$$

les composantes du vecteur de couplage électromécanique actionneur et capteur pour une position donnée [27, 28] et g_a et g_c les gains de l'amplificateur de tension actionneur et du conditionneur de charge capteur. $k_{a,i}$ et $k_{c,i}$ sont les coefficients de couplage actionneur et capteur pour le $i^{\text{ème}}$ mode et pour une position donnée. La capacité électrique C_p des piézos est quant à elle donnée par

$$C_p = \frac{\epsilon S}{e}, \quad (\text{A.11})$$

avec $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ la permittivité diélectrique des piézos, S la surface des électrodes et e la distance entre les deux électrodes. Les différents paramètres correspondant aux patches utilisés sont donnés dans le Tableau A.8.

ϵ_0	$8.8541 \cdot 10^{-12}$
ϵ_r	1704.4
S	16 cm^2
e	0.2 mm

TABLEAU A.8 – Caractéristiques des patches piézoélectriques modélisés sous Cast3M.

À l'aide de ces matrices et comme dans [45], il est possible de calculer les grammiens de contrôlabilité \mathbf{W}_c et d'observabilité \mathbf{W}_o solutions des équations de Lyapunov

$$\mathbf{A}\mathbf{W}_c + \mathbf{W}_c\mathbf{A}^t + \mathbf{B}\mathbf{B}^t = \mathbf{0}, \quad (\text{A.12})$$

$$\mathbf{A}^t\mathbf{W}_o + \mathbf{W}_o\mathbf{A} + \mathbf{C}^t\mathbf{C} = \mathbf{0}. \quad (\text{A.13})$$

Il reste ensuite à trouver les valeurs propres de ces grammiens afin de calculer l'index de performance pour chaque position du patch. Cet index est composé de deux termes. Le premier correspond à un terme énergétique associé aux modes ciblés par le contrôle. Le second correspond également à un terme énergétique mais permet d'inclure les effets dus aux modes qui ne doivent pas être contrôlés aussi appelés modes résiduels. Cela permet par exemple de prendre en compte le phénomène de spillover. Cet index est donné par

$$PI = \sum_{j=1}^{2n} \lambda_j \sqrt[2n]{\prod_{j=1}^{2n} \lambda_j} - \gamma \sum_{k=2n+1}^{2N} \lambda_k \sqrt[2(N-n)]{\prod_{k=2n+1}^{2N} \lambda_k}, \quad (\text{A.14})$$

avec n le nombre de modes ciblés et N le nombre total de modes pris en compte dans la modélisation du système. Les λ correspondent aux valeurs propres des grammiens de contrôlabilité ou d'observabilité si la position des actionneurs ou respectivement des capteurs est étudiée. Le coefficient γ permet quant à lui de prendre plus ou moins en compte l'effet des modes résiduels. Cet index de performance est ensuite calculé sur un maillage balayant la structure modélisée. Il est alors possible d'observer les zones permettant d'obtenir une bonne contrôlabilité/observabilité des modes ciblés. Dans le cas des patches piézoélectriques, les index de performance donnés par les grammiens de

contrôlabilité et d'observabilité sont les mêmes pour une position donnée. En effet, un patch peut servir à la fois d'actionneur et de capteur. Ses propriétés, à savoir les k_a et k_c , sont par conséquent les mêmes. Seuls g_a et g_c , qui ne sont pour le moment pas pris en compte dans les calculs et qui ne modifient que l'amplitude des index de performance et non leur forme générale sur l'ensemble de la structure, ne sont pas les mêmes. Dans la suite, seuls les résultats obtenus pour l'optimisation de la contrôlabilité du système sont donc présentés.

A.2.5 Optimisation du positionnement

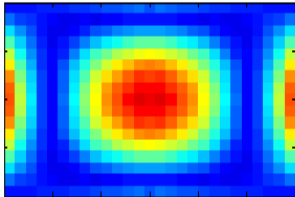
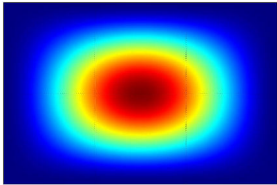
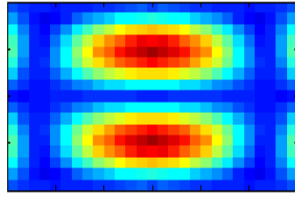
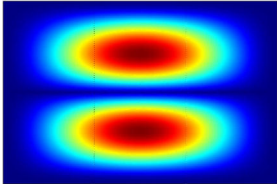
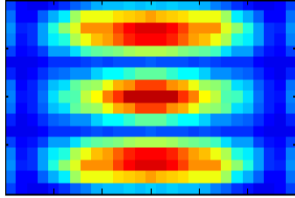
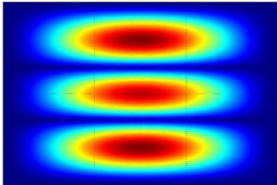
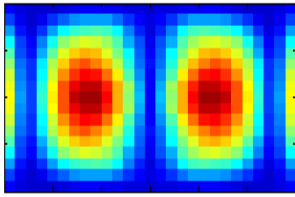
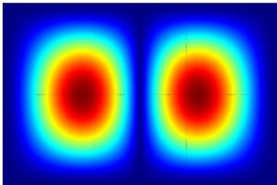
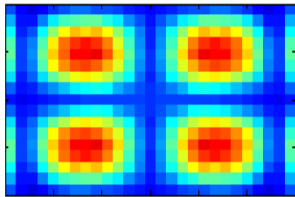
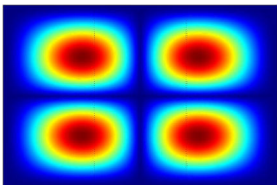
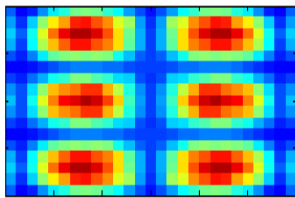
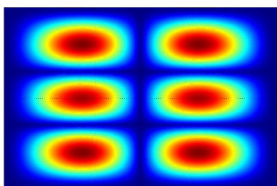
A.2.5.1 Appliqué au monocorde

L'optimisation du positionnement d'un patch piézoélectrique sur la table d'harmonie du monocorde est présentée dans cette section. Le modèle numérique et les critères présentés respectivement dans A.2.3.1 et A.2.4 sont utilisés. Le coefficient de couplage pour les premiers modes de la table sont calculés puis l'index de performance est appliqué aux modes ciblés par le contrôle.

Balayage

Le coefficient de couplage du patch sur l'ensemble de la table d'harmonie est tout d'abord étudiée. Une routine Matlab permet de déplacer le patch sur le modèle de plaque de manière automatique. Les calculs ne sont faits que sur un quart de la plaque. En effet, les caractéristiques mécaniques et géométriques de cette dernière telles que l'orthotropie ou encore les conditions aux limites du modèle autorisent à ne balayer qu'une distance de $L/2$ selon la longueur et de $l/2$ selon la largeur pour connaître le coefficient de couplage en tout point de la plaque. Le patch utilisé est de 4 cm de côté et est déplacé de 2 cm à chaque itération. Pour chacune de ces positions, une analyse modale est effectuée sous COMSOL lorsque le patch est en court-circuit et en circuit ouvert. Les fréquences propres obtenues permettent de calculer les coefficients de couplage associés à la position du patch.

Ces coefficients sont représentés à l'aide d'un gradient de couleur dans le Tableau A.9. Chaque coefficient est donné par un carré dont le centre correspond au centre du patch piézoélectrique positionné sur la plaque. Il est ainsi possible d'observer directement les zones où le couplage est maximum.

Mode	Coefficients de couplage	Déformées COMSOL
1		71.1 Hz 
2		107.3 Hz 
3		175.1 Hz 
4		176.7 Hz 
5		202.6 Hz 
6		256 Hz 

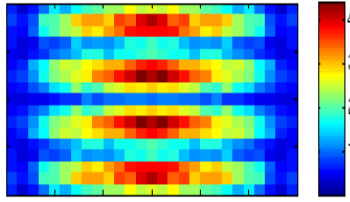
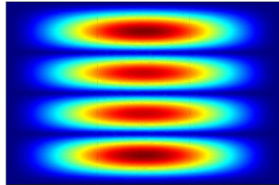
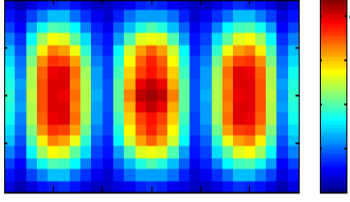
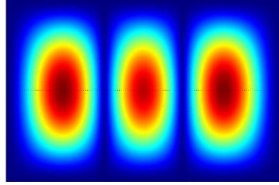
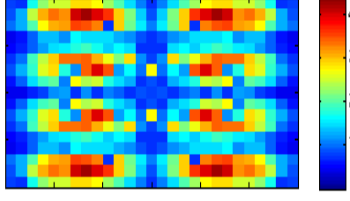
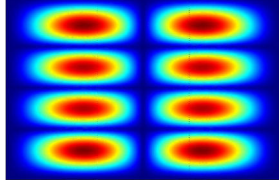
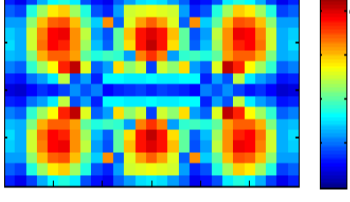
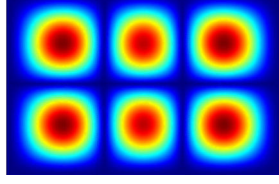
Mode	Coefficients de couplage	Déformées COMSOL
7		271.5 Hz 
8		338 Hz 
9		340 Hz 
10		360 Hz 

TABLEAU A.9 – Coefficients de couplage en fonction de la position du patch sur la plaque.

Les déformées modales de chaque mode, calculées sous COMSOL, sont également données dans le Tableau A.9 afin d'être comparées aux coefficients de couplage. Ces résultats montrent que les ventres des modes sont toujours des zones pour lesquelles les coefficients de couplage sont maximum. Les zones situées sur les bords de la plaque et dans l'alignement des ventres sont également des zones de coefficients de couplage maximum. Ces résultats permettent de conclure que les zones ayant les meilleurs coefficients de couplage sont celles de courbure maximale. En effet, la plaque étant encastree, sa courbure est maximale sur ses bords et au niveau des ventres de chacun de ses modes comme l'illustre simplement le cas d'une poutre encastree-encastree présenté sur la Figure A.6.

Ce résultat bien que simple permet de dégager un point important. Lorsque un ou peu de modes doivent être contrôlés, l'optimisation du positionnement des transducteurs peut se faire de manière intuitive. En effet, si les déformées des modes ciblés sont

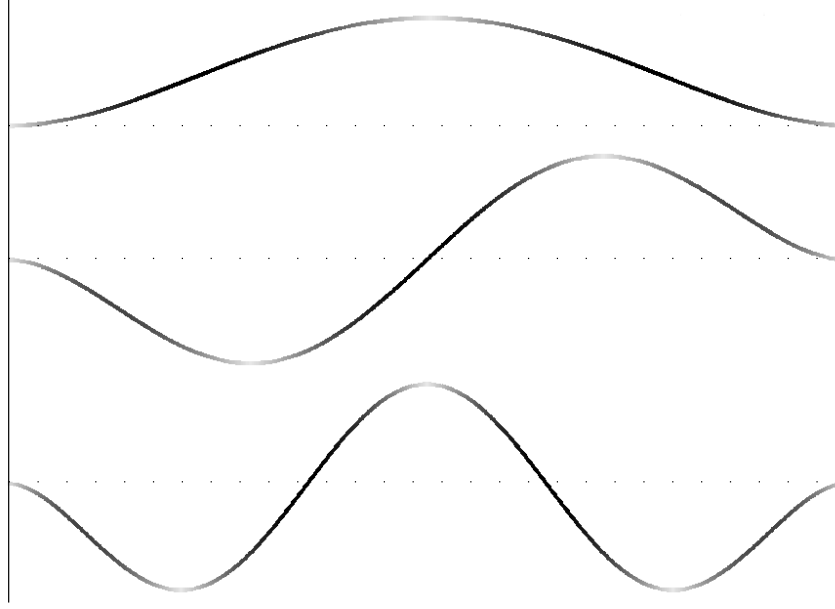


FIGURE A.6 – Gradient de courbure d’une poutre encastrée-encastrée. Blanc : courbure maximale, noir : courbure minimale.

connues, la position optimale assurant un coefficient de couplage maximum correspond aux ventres de ces modes.

Un deuxième point qu’il est important de souligner est que les coefficients de couplage obtenus lors de cette étude sont faibles. En effet, les résultats du Tableau A.6 montrent que pour les premiers modes de table, les coefficients de couplage, représentés par un gradient de couleur, ne dépassent pas 5 alors qu’ils peuvent facilement valoir 10 fois plus dans des cas classiques. Ceci est dû au fait que les patchs piézoélectriques sont fixés sur une structure en bois. En effet, il est connu que pour obtenir un bon coefficient la raideur du patch doit être proche de celle de la structure sur laquelle il est fixé. Dans le cas du bois, la raideur est faible comparée à celle de la céramique dont est faite le patch. Pour obtenir un meilleur couplage, il est donc nécessaire de réduire cette raideur. Cela peut être fait de différentes façons, par exemple en réduisant l’épaisseur du patch ou encore en utilisant des matériaux piézoélectriques plus souple comme les patchs MFC.

Application du critère de Hać et Liu

Le choix de contrôler seulement certains modes en essayant de ne pas perturber les modes résiduels et cela à l’aide d’un seul couple capteur/actionneur mène à utiliser le critère de Hać et Liu pour déterminer la position optimale de ces patchs. Ce critère peut être calculé de deux manières différentes. La première utilise les coefficients de couplage calculés à l’aide du modèle numérique puis calcul l’index de performance sur chaque position en utilisant les valeurs propres des grammiens de contrôlabilité ou d’observabilité. La seconde, décrite dans [56] se sert des déformées modales expérimentales pour

trouver les positions optimales des transducteurs. Dans le cas de la table d'harmonie simplifiée, seule la première méthode est utilisée.

Dans un premier temps, un exemple simple du calcul de cet index est présenté. Les index de performance obtenus pour trois modes indépendamment les uns des autres et sans prendre en compte les modes résiduels sont donnés. Puis l'index de performance obtenu en prenant en compte ces trois modes est donné. Enfin, le cas où les modes résiduels sont pris en compte est présenté.

Le Tableau A.10 donne les index de performance pour les trois premiers modes de vibration de la table d'harmonie.

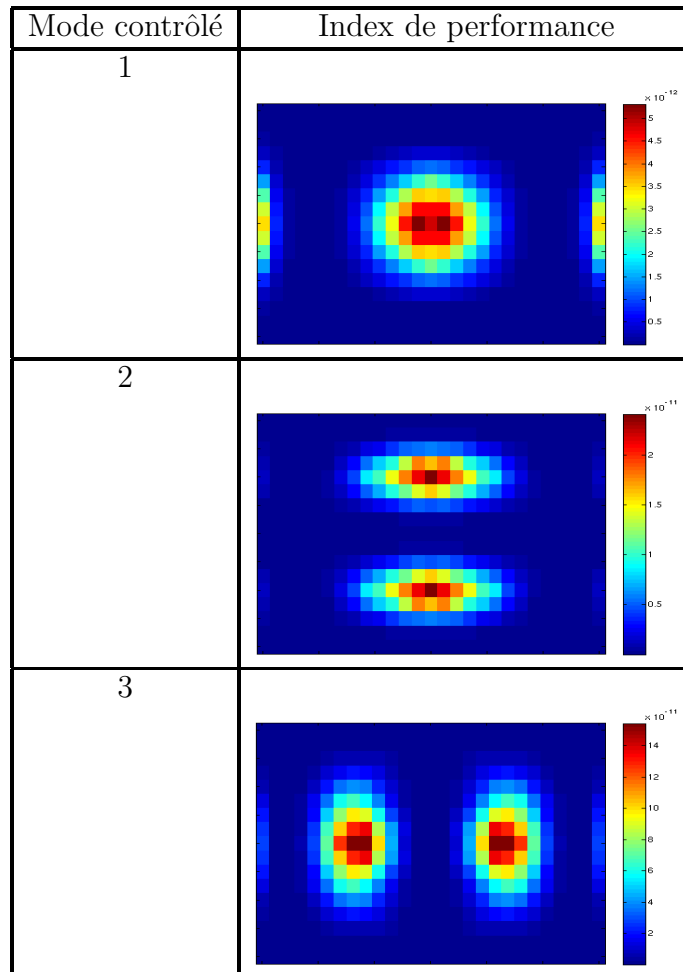


TABLEAU A.10 – Index de performance sur la table d'harmonie.

Ces résultats permettent de constater que les amplitudes de ces index correspondent globalement aux amplitudes des coefficients de couplage présentés dans le Tableau A.9. Cependant, les amplitudes de ces index ne sont pas toutes du même ordre de grandeur. En effet, l'index de performance maximum pour le premier mode est 10 fois moins important que celui du troisième. Cette différence peut être due à la dimension du patch.

La Figure A.7 donne l'index de performance calculé pour les modes 1, 2 et 3 lorsque les modes résiduels ne sont pas pris en compte. Les trois modes ont une influence

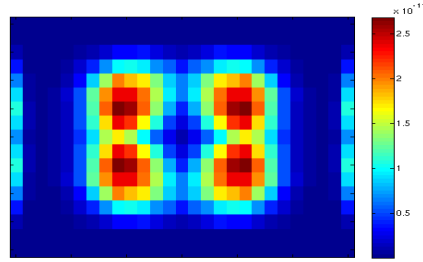


FIGURE A.7 – Index de performance pour les modes 1, 2 et 3 sans prendre en compte les modes résiduels.

sur l'index de performance. En effet, la position optimale semble être donnée par une combinaison des index de performance de chaque mode.

Il est ensuite possible de prendre en compte les modes résiduels dans le calcul de l'index de performance. Les modes résiduels sont pris en compte à hauteur de dix pour cent ce qui implique que $\gamma = 0.1$. La Figure A.8 donne le résultat obtenu. Dans ce cas,

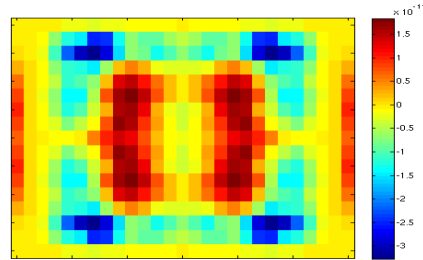


FIGURE A.8 – Index de performance pour les modes 1, 2 et 3 en prenant en compte les modes résiduels avec $\gamma = 0.1$.

les positions optimales restent globalement les mêmes que sans les modes résiduels. Cependant il apparaît des zones d'index de performance négatifs. Ces zones correspondent aux positions qu'il ne faut pas donner aux actionneurs pour éviter d'exciter les modes résiduels. Cela permet donc de faire un compromis entre une bonne contrôlabilité pour les modes que l'on souhaite contrôler et une faible perturbation par les modes résiduels.

Résultats pour les modes choisis

L'index de performance est enfin calculé pour les modes ciblés par le contrôle définis dans la section A.2.2.1. La Figure A.9 présente la cartographie d'index de performance sur la table d'harmonie du monocorde donnant la position optimale des transducteurs permettant de contrôler les modes du Tableau A.1.

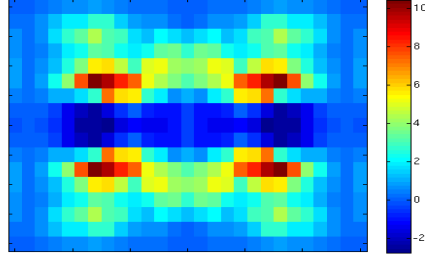


FIGURE A.9 – Index de performance pour les modes ciblés et donnés dans le Tableau A.1 en prenant en compte les modes résiduels.

Les positions d'index de performance maximum sont donc choisies comme positions pour les transducteurs piézoélectriques sur la table d'harmonie du monocorde comme cela est présenté sur la Figure A.10.

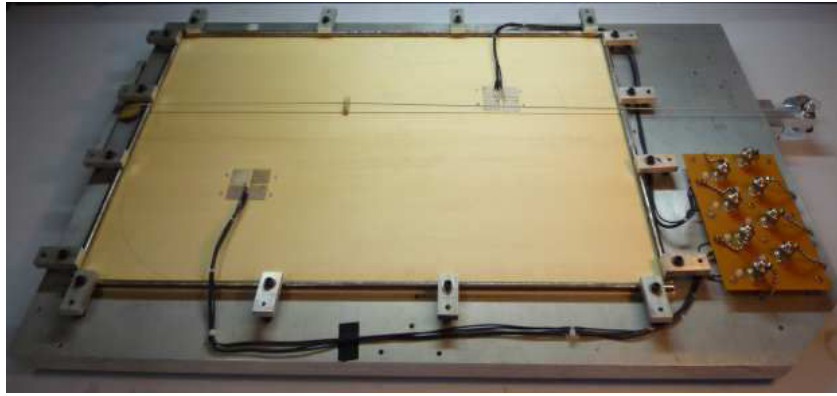


FIGURE A.10 – Positionnement des patches piezoélectriques sur la table d'harmonie du monocorde.

A.2.5.2 Appliqué à la table d'harmonie de guitare

Le critère de Hać et Liu est également utilisé sur la guitare pour trouver la position optimale des transducteurs permettant de contrôler les quatre modes définis dans le paragraphe A.2.2.2. Les différentes étapes du calcul de l'index de performance sont les mêmes que dans le cas du monocorde. La Figure A.11 représente les résultats obtenus avec les deux méthodes de calculs de cet index, celle utilisant les coefficients de couplage obtenus numériquement et celle utilisant l'analyse modale expérimentale réalisée sous Modan. Les positions optimales dans ce cas sont donc dans les coins inférieurs du chevalet.

Le cas pour lequel le mode 2 n'est pas ciblé est également étudié. Ce mode possède en effet une déformée très différente des autres, dont la ligne nodale coïncide avec la plupart des autres ventres. De plus, ce mode semble avoir une influence très supérieure à celle des autres sur l'index de performance. Le résultat obtenu est présenté sur la Figure A.12. Dans ce cas les positions optimales sont au dessus et en dessous du centre

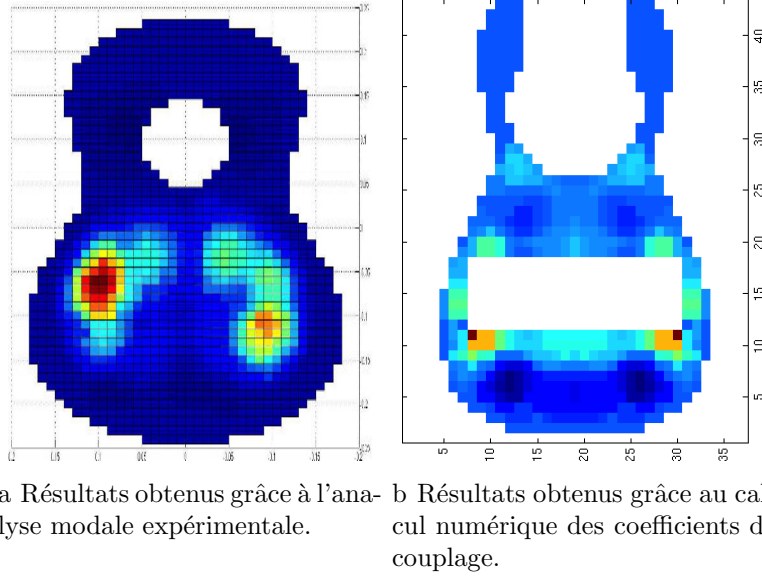


FIGURE A.11 – Index de performance calculé sur la table d'harmonie de guitare pour les modes 1, 2, 3 et 5.

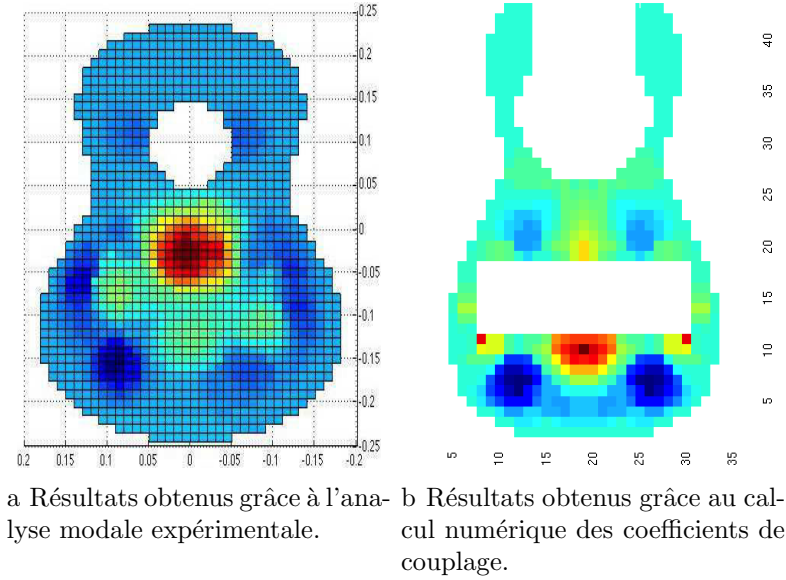


FIGURE A.12 – Index de performance calculé sur la table d'harmonie de guitare pour les modes 1, 3 et 5.

du chevalet. Ce dernier résultat oriente le choix du positionnement des transducteurs qui sont placés sous le chevalet de manière colocalisée avec le capteur à l'extérieur du corps de la guitare et l'actionneur à l'intérieur.

Annexe B

Système de calcul temps réel

La partie expérimentale de ces travaux nécessite l'élaboration d'un système de contrôle efficace devant répondre à plusieurs critères imposant des contraintes strictes. L'une d'entre elles est d'assurer le calcul d'un signal de commande à partir du signal mesuré de manière précise et ce en un temps restreint. Le choix d'une implémentation numérique nécessite la compréhension et la manipulation de concepts liés au domaine du temps réel. Cette section a pour objectifs de présenter cette notion ainsi que d'exposer les différentes étapes du développement de l'outil permettant de répondre aux contraintes imposées.

B.1 Notions de temps réel

Afin de comprendre le fonctionnement du système développé, quelques notions de temps réel sont abordées dans cette section s'appuyant principalement sur [14]. Tout d'abord, il est important de noter que cette notion est plus liée au déterminisme qu'à la rapidité. En effet, un système capable de réaliser une tâche avec une précision de quelques microsecondes toutes les heures est considéré comme fonctionnant en temps réel. Cependant un système numérique exécutant une tâche à l'instant précis où celle-ci doit être exécutée n'existe pas. Il est seulement possible de s'approcher de cet instant. La notion de temps réel dépend donc de la précision que l'on souhaite atteindre. En audio les logiciels considérés comme des outils temps réel possèdent une "latence" de l'ordre de la milliseconde. Ces retards sont acceptables puisque l'oreille humaine n'est pas capable de les percevoir. Dans le cadre du contrôle actif des vibrations, la "latence" acceptable est de l'ordre de la microseconde. Un système temps réel est donc un système dans lequel on peut prédire le début et la durée de l'exécution des tâches selon une précision que l'on se fixe. Cette définition mène à définir plusieurs types de temps réel.

B.1.1 Temps réel souple, temps réel strict

Classiquement, le **temps réel strict** et le **temps réel souple** sont différenciés. Encore une fois ces notions sont dépendantes du type d'application abordée. Les Figures B.1a et B.1b illustrent schématiquement ces deux notions.

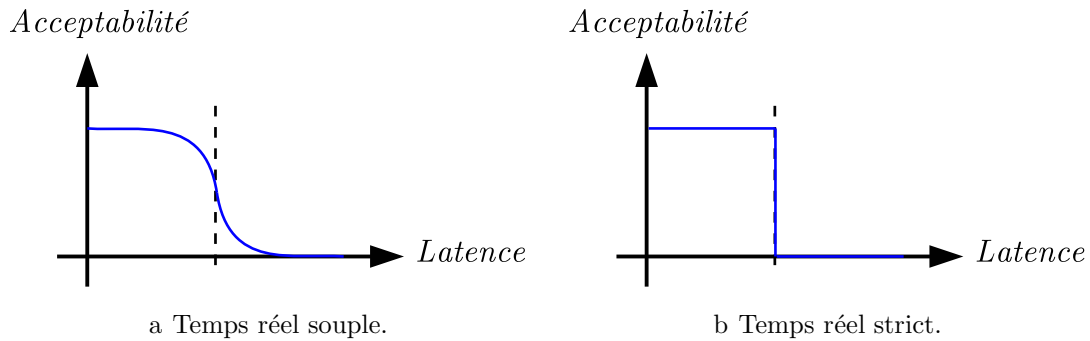


FIGURE B.1 – Différence d’acceptabilité en fonction de la latence d’un système entre temps réel souple et strict.

Dans le cas du temps réel strict, la précision du système n’est acceptable que si elle ne dépasse pas une certaine limite fixée par l’utilisateur. Dans ce cas, cette précision doit être prouvée par le concepteur d’un tel système. Les airbags d’un véhicule sont un exemple classique de l’utilisation d’un système temps réel strict. En effet, s’il arrive, ne serait-ce qu’une seule fois, que l’airbag ne s’ouvre pas dans la microseconde qui suit un choc, ce système est inutile. Il est donc nécessaire que la précision du système soit inférieure à la microseconde. Les systèmes temps réel souple admettent quant à eux une marge d’erreur. Plus la tâche s’effectue avec une précision différente de celle demandée par l’utilisateur moins le système est bon. Cela n’implique cependant pas que le système n’est pas opérationnel. Le système développé ici utilise la notion de temps réel souple. Cela permet d’obtenir un système capable de s’adapter à des erreurs potentielles. En effet, s’il arrive qu’un échantillon arrive trop tard ou trop tôt lors du contrôle, le suivant pourra être retardé ou avancé, ce qui n’est pas possible dans le cas d’un système temps réel strict.

B.1.2 Définitions générales

Le temps d’exécution d’une tâche est la durée entre le début et la fin de cette tâche, hors commande.

La latence est la durée entre le temps où une commande est lancée et où la tâche correspondante commence effectivement à s’exécuter.

Par extension il est possible de définir la **latence d’un système bouclé** par la somme des latences et des temps d’exécution pour un cycle de ce système.

La granularité d’un système est la durée la plus petite entre deux mesures de temps. Autrement dit la rapidité d’un Timer. Par extension on appelle **granularité d’une tâche répétée** la plus petite mesure entre deux déclenchements de cette tâche. Cette mesure de temps n’est acceptable que si elle est contrôlée et répétable. En d’autres termes, il s’agit de la période minimum de lancement d’une commande.

La précision d’un système est caractérisée par la durée maximale entre l’instant théorique de déclenchement d’une tâche et l’instant auquel cette tâche est effectivement exécutée.

B.1.3 Principes d'ordonnancement

Les systèmes Linux s'exécutent sur des microprocesseurs qui disposent d'au moins deux modes de fonctionnement. De tels systèmes d'exploitation permettent à certaines tâches de s'exécuter dans un mode restreint et se réservent certains droits accessibles en mode privilégié. Les tâches ainsi restreintes font partie de l'espace utilisateur tandis que la partie permettant le fonctionnement en mode privilégié se nomme l'espace noyau. Cette partition entre espace utilisateur et espace noyau permet un contrôle et une restriction de l'accès des tâches à la mémoire qui leur est allouée. L'ordonnancement entre les différentes tâches du système se fait également par une connexion entre ces deux espaces. Trois types d'ordonnancement rencontrés dans les systèmes Linux sont présentés dans la suite.

B.1.3.1 Ordonnancement standard sous Linux

Le principe d'un ordonnancement standard sous Linux est présenté sur la Figure B.2. Dans ce cas, le système réagit à l'arrivée d'interruptions depuis des périphériques

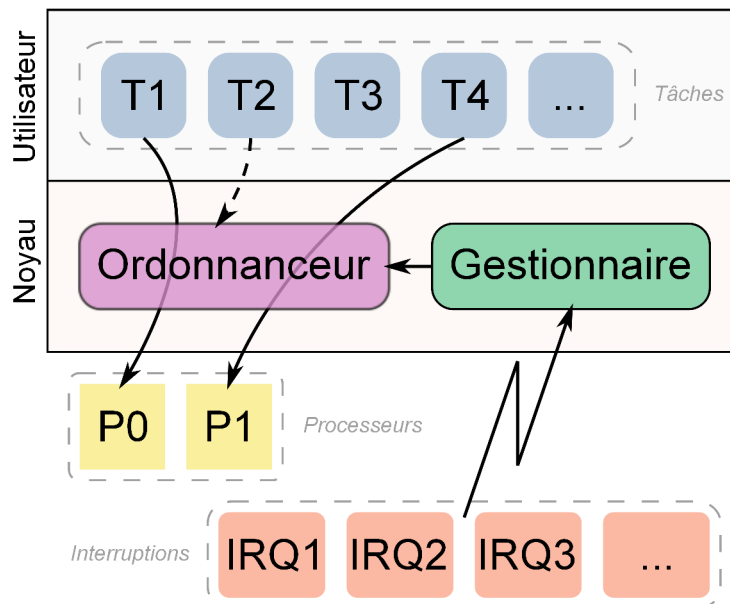


FIGURE B.2 – Ordonnancement standard sous Linux.

externes (claviers, souris, carte d'acquisition...) ou de composants internes du processeur (Memory Management Unit, Timers matériels...). Le traitement des interruptions est réalisé par des gestionnaires (handlers) qui réveillent les tâches correspondantes. L'ordonnanceur (scheduler) distribue ensuite le temps alloué à chacune de ces tâches. Ce système d'ordonnancement est appelé ordonnancement temps partagé.

B.1.3.2 Ordonnancement temps réel sous Linux

Les systèmes Linux offrent la possibilité d'utiliser un ordonnancement temps réel. Le principe est le même que dans le paragraphe précédent et que sur la Figure B.2. Cependant pour l'ordonnancement temps réel, chaque tâche gérée par l'ordonnanceur se voit attribuer une priorité. Les valeurs de priorité vont de 1 à 99. Cette dernière valeur correspond à la priorité la plus haute et la valeur 1 à la plus faible. Une priorité de 0 correspond à une tâche gérée en ordonnancement temps partagé. Cependant, ce type d'ordonnancement temps réel ne garantit pas les propriétés nécessaires à l'application du contrôle actif. En effet, il se peut que des événements imprévisibles viennent perturber ce fonctionnement comme par exemple des inversions de priorité qui permettent à des tâches de priorité moindre d'être exécutées avant des tâches de priorité plus élevée. Il est donc nécessaire d'introduire le fonctionnement des environnements dédiés au temps réel tel que Xenomai.

B.1.3.3 Ordonnancement temps réel sous Linux avec Xenomai

Les environnements temps réel comme RTAI ou encore RTLinux ont tous des fonctionnements plus ou moins différents. Xenomai, l'environnement choisi dans cette thèse, utilise un mécanisme de gestion des interruptions nommé Adeos (Adaptative Domain Environment for Operating Systems) [109, 46] qui se greffe à un noyau Linux classique. Cette couche logicielle basse capture les interruptions matérielles et les envoie dans une sorte de pipeline qui est relié à différents OS (Operating System) fonctionnant en parallèle. Dans notre cas, l'environnement Xenomai et un système d'exploitation Linux classique sont installés dans deux domaines différents. Les interruptions sont ensuite transmises à ces domaines en fonction de la priorité des tâches à exécuter. Les tâches temps réel sont exécutées dans le domaine contenant Xenomai. Elles sont gérées par un ordonnanceur simple et déterministe nommé Nucleus. Tant que des tâches temps réel réclament du temps CPU (Central Processing Unit), l'OS Linux classique est suspendu et ne reçoit aucune interruption. Ce mode de fonctionnement est appelé le mode primaire. Lorsque toutes les tâches temps réel se sont exécutées, l'OS Linux classique gère ces interruptions de manière habituelle, ce mode de fonctionnement est appelé le mode secondaire. Le principe de fonctionnement de cet ordonnancement est décrit sur la Figure B.3.

Cet ordonnanceur semble donc adapté à l'application du contrôle actif. En effet, le mode secondaire permet de réaliser toutes les tâches nécessaires à la phase de conception du contrôle. Ce mode permet par exemple d'effectuer les calculs des vecteurs gains du contrôleur et de l'observateur avant de lancer le contrôle, ou l'utilisation du logiciel Matlab afin de simuler des configurations de contrôle. De plus toutes les tâches réalisables sur une machine classique peuvent être effectuées en mode secondaire. Le mode primaire permet ensuite d'utiliser cette même machine comme système de contrôle en temps réel. Une seule machine permet donc de concevoir et d'exécuter les configurations de contrôle souhaitées.

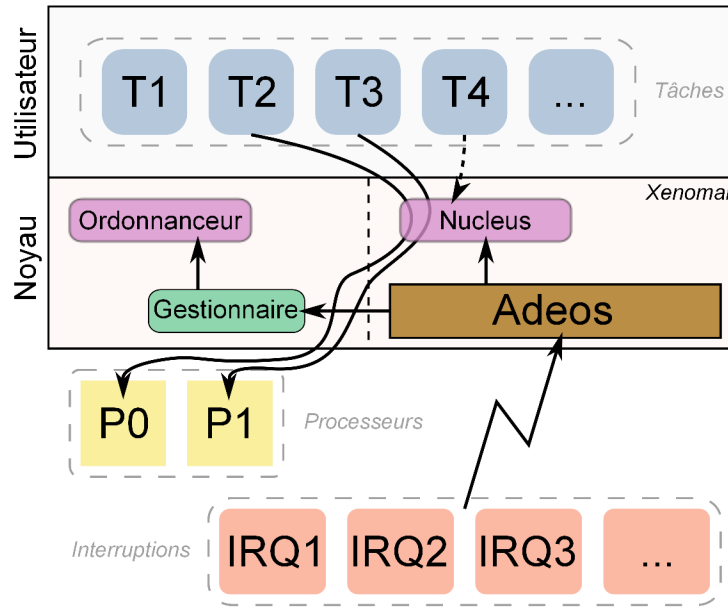


FIGURE B.3 – Ordonnancement temps réel sous Linux avec Xenomai.

B.2 Dispositif développé

B.2.1 Cahier des charges

Ce paragraphe a pour objectif de donner le cahiers des charges que doit respecter le système de calcul temps réel. Les principales contraintes imposées par le contrôle actif sont temporelles. Pour être efficace, la partie numérique du système de contrôle doit être à la fois précise et avoir un temps d'exécution faible, autrement dit déterministe et rapide. Il est donc nécessaire de définir la fréquence d'échantillonnage que le système de calculs numérique doit pouvoir atteindre. Plusieurs points doivent être pris en compte pour définir cette valeur.

Le premier est que ce système a pour but d'être appliqué au contrôle d'instruments de musique afin d'en modifier le son. Les paramètres modaux de tables d'harmonie d'instruments à cordes sont ciblés par le contrôle. Les fréquences des modes modélisés ne dépassent pas les $2kHz$. Or il est classique de considérer que la fréquence d'échantillonnage d'un système de contrôle doit être 10 à 100 fois supérieure à la plus haute fréquence des modes ou des signaux contrôlés. Cela implique que la fréquence d'échantillonnage doit être comprise entre $20kHz$ et $200kHz$. Cependant il n'est pas souhaitable de sur-échantillonner les signaux mesurés puisque cela peut introduire du bruit lors des opérations et nécessite une puissance de calcul importante.

Un autre point relié à la fréquence des modes contrôlés est le théorème de Shannon. Celui-ci stipule que la fréquence d'échantillonnage d'un signal doit être au moins 2 fois supérieure à la plus haute fréquence des modes contrôlés pour qu'ils soient correctement représentés. Cela est le cas si la condition précédente est respectée.

Type de temps réel	Période d'échantillonnage	Précision temporelle	Calibre E/S
Souple	$\simeq 50\mu s$	$< 50\mu s$	$\pm 5V$

TABLEAU B.1 – Spécifications du systèmes de calculs temps réel imposées par le cahier des charges.

Pour ne pas introduire de retard dans la boucle de contrôle, il a été choisi de ne pas utiliser de filtre analogique permettant habituellement de supprimer les bruits d'échantillonnage lorsque ce dernier est inférieur à $20kHz$. En l'absence de ces filtres, la fréquence d'échantillonnage doit être supérieure ou égale à $20kHz$ afin d'éviter ces bruits parasites. Ainsi l'oreille humaine ne peut pas entendre la fréquence d'échantillonnage présente dans le signal réinjecté dans la structure. Cette fréquence d'échantillonnage ne semble pas élevée comparée à celles des systèmes audio souvent fixée à $44,1kHz$ ou plus. La différence réside dans le fait que le système de contrôle actif développé pour cette étude fonctionne à l'échantillon et non avec des buffers comme un système audio classique. La fréquence d'échantillonnage de ce système doit donc être élevée mais doit également correspondre à la latence de boucle du système. Un échantillon mesuré doit donc être renvoyé sur la structure en moins de quelques dizaines de microsecondes. En audio, la latence de boucle est de l'ordre de la milliseconde puisque l'oreille ne perçoit pas les retards inférieurs à cette latence.

D'après toutes ces remarques, la fréquence d'échantillonnage du système de calculs numérique doit donc être d'environ $20kHz$. Pour qu'il soit efficace, la précision du système doit être inférieure à sa période d'échantillonnage. L'idéal est donc d'utiliser un système temps réel strict. Cependant, il est difficile d'obtenir un tel système et de garantir que la précision et la rapidité du système ne dépasseront jamais les limites imposées. L'utilisation d'un système temps réel souple est plus adaptée à ce genre d'application. En effet, si un échantillon accumule un certain retard ou arrive en avance, l'utilisation d'un système temps réel strict ne permet pas de compenser ce décalage temporel sur l'échantillon suivant alors qu'un système temps réel souple le permet. Cette adaptabilité est utile dans le cas du contrôle actif pour lequel le décalage d'un échantillon sur des milliers n'est pas synonyme de dysfonctionnement du système.

Le système de calculs doit également posséder une bonne précision en terme d'amplitude des signaux mesurés et envoyés. Il est également nécessaire que ces signaux ne saturent ni en entrée ni en sortie. Sachant que plusieurs calibres peuvent être choisis lors de l'initialisation de la carte d'acquisition allant de $\pm 0.1V$ à $\pm 10V$ et que la résolution de la carte est de 16 bits, un calibre de $\pm 5V$ semble être un bon compromis entre amplitude et précision des signaux mesurés et envoyés.

Le Tableau B.1 résume les spécifications imposées par ce cahier des charges.

B.2.2 Spécifications matérielles

L'environnement temps réel utilisé est installé sur un ordinateur Transtec muni d'un processeur Pentium 4. Cette machine est pourvue d'un système d'exploitation

Computer	Transtec
Processor	Intel - Pentium 4
Cores	2 virtual cores
Frequency	2.40 GHz

TABLEAU B.2 – Spécifications matérielles de la machine utilisée.

GNU/Linux avec la distribution Ubuntu 10.04 lts. Cette distribution est choisie car compatible avec Xenomai. Les spécifications principales de ce système sont données dans le Tableau B.2. La Figure B.4 illustre l'organisation de la machine.

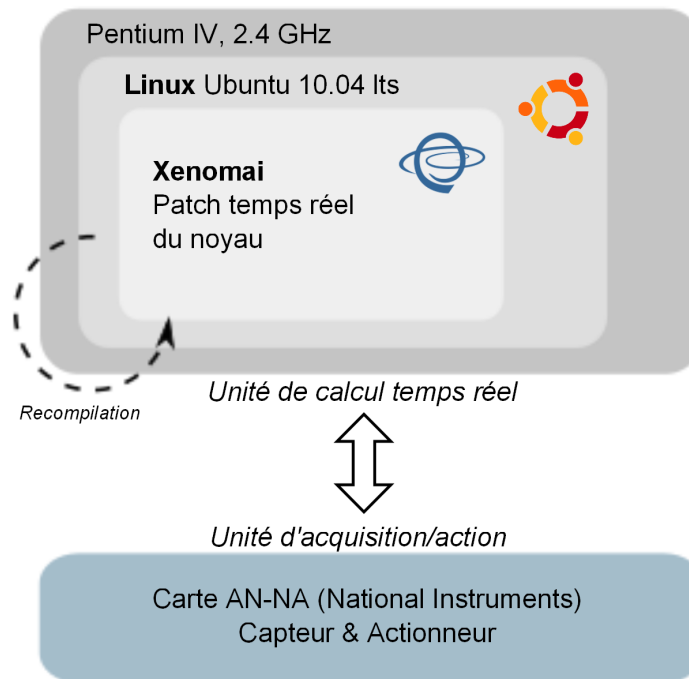


FIGURE B.4 – Spécifications matérielles et logicielles du système de calcul.

B.2.3 Principe de fonctionnement

L'un des avantages de l'environnement Xenomai est que lorsque toutes les tâches temps réel se sont exécutées, le système passe en mode secondaire et fonctionne comme un système d'exploitation Linux classique. Cela permet donc d'utiliser cette machine non seulement comme un système de contrôle mais également comme un outil permettant la réalisation de ce système. Le logiciel Matlab/Simulink est pour cela installé sur cette machine. Il permet dans un premier temps d'identifier le modèle utilisé dans le système de contrôle après avoir réalisé une simple fonction de transfert entre le capteur et l'actionneur du montage expérimental. Les gains de l'observateur et du contrôleur

sont ensuite calculés en fonction de la cible du contrôle choisie par l'utilisateur. Matlab permet une implémentation simple et facilement modifiable des algorithmes nécessaires à l'identification du modèle et aux calculs de ces gains.

Système de contrôle sous forme de schéma bloc

Matlab/Simulink est ensuite utilisé pour réaliser un schéma bloc du système de contrôle dont un exemple est donné sur la Figure B.5. Cette écriture possède plusieurs

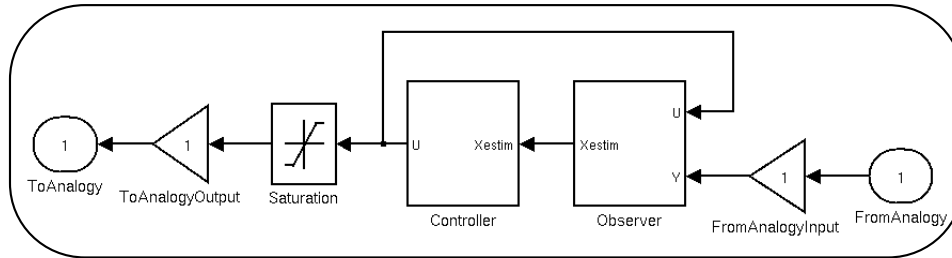


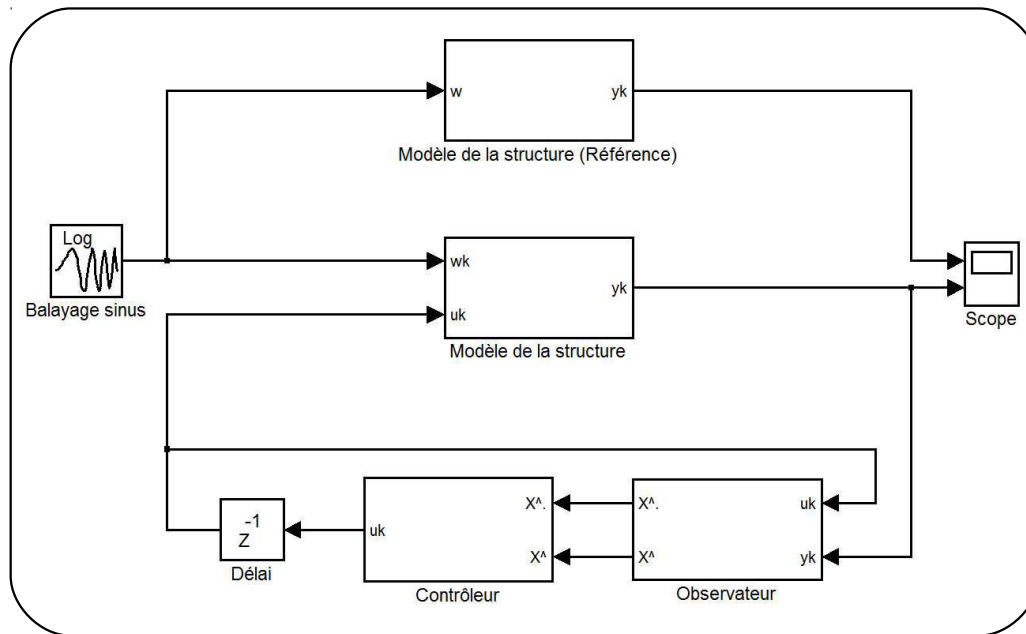
FIGURE B.5 – Système de contrôle sous forme de schéma bloc.

avantages. Le premier est sa simplicité. En effet, l'écriture en schéma bloc permet une compréhension et une manipulation facile de la fonction de transfert du système de contrôle. De plus il est possible de rajouter des blocs utiles au bon fonctionnement du système. Un bloc de saturation a par exemple été ajouté à la fin du schéma présenté sur la Figure B.5 permettant de limiter la tension envoyée en sortie. Cela permet de protéger les actionneurs qui pourraient être endommagés par des tensions trop élevées dans le cas d'un contrôle instable. Il est également possible de rajouter des blocs sources permettant par exemple d'étudier le contrôle lorsque la perturbation est un sinus glissant.

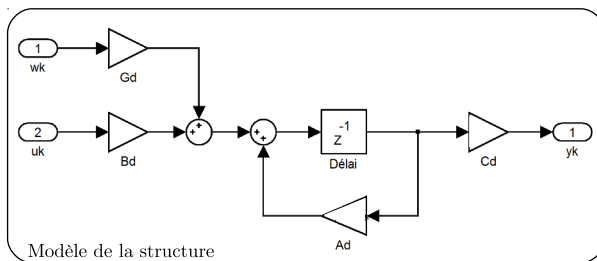
Un autre avantage de Simulink est la possibilité de réaliser des simulations de l'effet du contrôle sur la structure modélisée. En effet, le modèle de cette dernière peut être utilisé comme structure à contrôler et le système de contrôle est implémenté comme dans le cas expérimental. La Figure B.6 donne un exemple du schéma utilisé pour ces simulations. Cela permet de tester des configurations de contrôle, des schémas numériques ou encore des choix de discrétisation.

Système de contrôle en C

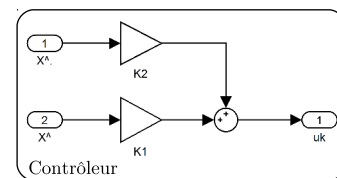
Simulink permet ensuite de porter ces schémas bloc dans d'autres langages. Il est possible d'obtenir le code C correspondant au système de contrôle réalisé. Bien que ce code ne soit pas complètement optimisé pour une utilisation temps réel, il est pratique de pouvoir modifier tous les paramètres que propose Simulink sans avoir à tout réécrire en langage C. Ce code C est indispensable pour la réalisation du système de contrôle et doit être modifié pour pouvoir être utilisé.



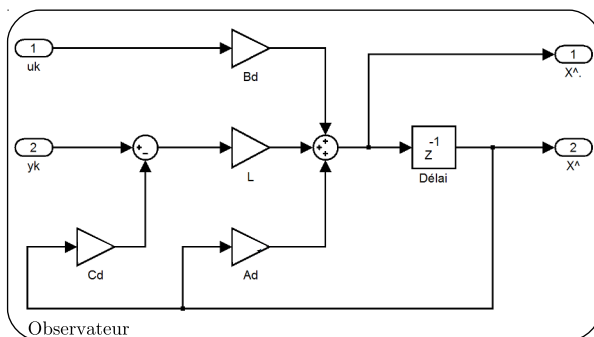
a Schéma bloc principal contenant un signal d'excitation, une structure non contrôlée, une structure contrôlée, l'observateur et le contrôleur.



b Modèle de la structure sous forme de schéma bloc.



c Modèle du contrôleur sous forme de schéma bloc.



d Modèle de l'observateur sous forme de schéma bloc.

FIGURE B.6 – Schémas bloc Simulink utilisés pour réaliser des simulations de contrôle.

Modification	Moyen
Modification des E/S dans le code C	Remplacer <i>FromAnalogy</i> et <i>ToAnalogy</i> par des fonctions de lecture et d'écriture
Lier la carte au système	Utilisation des drivers Analogy
Initialisation de la carte (E/S, mémoire...)	Fonctions fournies par Analogy
Passer le processus de contrôle en temps réel	Fonction Xenomai <i>rt_task_shadow</i>
Compiler le code afin d'obtenir un exécutable	<i>Make</i>

TABLEAU B.3 – Modifications apportées au code C généré par Simulink pour créer une tâche exécutable en temps réel.

Modification des entrées/sorties du système de contrôle

Bien que Simulink offre la possibilité de lier les entrées et sorties de ses schémas bloc à des cartes d'acquisition, cette toolbox n'existe pas pour la version de Matlab compatible avec Linux. Il est donc nécessaire de réaliser ce lien "à la main". La carte d'acquisition utilisée est une NI PCI-6281. Cette carte est reliée par un port PCI à l'ordinateur utilisé comme système de calcul. Elle possède une fréquence d'échantillonnage maximale de $625kHz$ ce qui permet d'atteindre des fréquences de contrôle élevées. Dans l'environnement Xenomai, les drivers permettant de dialoguer avec cette carte d'acquisition ne sont pas des drivers classiques. Ce sont des drivers spécifiques fournis avec Xenomai nommés Analogy assurant les capacités temps réel du système. Un script exécuté en shell permet de réaliser différentes modifications dans le code C fourni par Simulink. Ces modifications sont décrites dans le Tableau B.3.

La première consiste à remplacer l'entrée et la sortie du code C donné par Simulink par des fonctions de lecture et d'écriture compatibles avec la carte d'acquisition utilisée. Pour cela, la commande de substitution *sed* en shell permet de trouver et de remplacer les variables d'entrée et de sortie appelées *FromAnalogy* et *ToAnalogy*. Ces variables sont montrées sur le schéma bloc de la Figure B.5.

Les fonctions Xenomai utilisées pour la lecture et l'écriture sont *a4l_sync_write* et *a4l_sync_read*. Des fonctions de conversion doivent également être utilisées afin de traduire le code hexadécimal fourni par la carte d'acquisition en une valeur compatible avec les calculs du système de contrôle.

Lier la carte d'acquisition à Xenomai

La commande shell `./analogy_config analogy0 analogy-ni-pcimio 0xa,3` permet de rendre le driver *analogy-ni-pcimio* accessible par le nœud nommé *analogy0*. Les derniers caractères de cette ligne de commande lient la carte située sur le slot 3 du bus PCI 10 (a en hexadécimal). Le nœud *analogy0* est donc connecté à la carte d'acquisition

correspondante. Ces valeurs dépendent de la manière dont est montée la carte sur la machine et doivent être adaptées en pratique.

Initialisation de la carte d'acquisition

Avant d'utiliser la carte d'acquisition, cette dernière doit être initialisée. Des fonctions fournies dans *Analogy* permettent de vérifier que les entrées et sorties fonctionnent correctement et d'allouer de la mémoire à chacune d'entre elles.

Passer le processus en temps réel

Le processus correspondant au système de calcul doit être exécuté en temps réel. Pour cela, la fonction *rt_task_shadow* est utilisée en fixant la priorité de la tâche à 99, c'est à dire au maximum.

Création d'un exécutable

Un exécutable est enfin créé en recompilant le code C ainsi modifié et peut être lancé directement à partir d'un terminal lorsque le contrôle doit fonctionner. Grâce à une autre modification du code, il est possible de choisir la durée de fonctionnement du contrôle. Cependant la limite, imposée par un garde fou (watchdog) du noyau et permettant d'éviter de se retrouver dans une tâche temps réel infinie, limite cette durée à 1 minute.

Remarques pratiques

La carte utilisée possède une résolution de 18 bits en lecture. Cela est assez inhabituel pour des cartes d'acquisition qui ont classiquement des résolutions de 8, 16 ou 32 bits. Cela impose une légère modification dans le code source fourni avec *Analogy* afin de pouvoir lire correctement les données entrantes.

De plus, dans les drivers fournis par *Analogy*, la carte NI-PCI 6281 n'est pas prise en compte. Il est donc nécessaire de l'ajouter à la liste des cartes supportées par ces drivers pour pouvoir l'utiliser. Cette liste se trouve dans *analogy_ni_pcmio.c*.

Un autre garde fou temps réel existe dans la configuration des noyaux Linux. Dans le fichier *sched_rt_runtime_us*, qui se trouve dans */proc/sys/kernel/*, un nombre compris entre 0 et 1.10^6 indique le temps en μs consacré aux tâches temps réel sur $1.10^6 \mu s$. Pour que la tâche temps réel puisse s'exécuter sans être interrompue ce nombre doit être fixé à 1.10^6 ou de manière équivalente à -1 .

Enfin, la recompilation du noyau après l'installation de Xenomai peut s'avérer laborieuse et le bon fonctionnement de l'environnement temps réel dépend de la configuration du noyau imposée. Le site de Xenomai¹ est dans ce cas une aide précieuse.

1. <http://xenomai.org/> (Dernier accès le 24 septembre 2014)

Nombre de mesures	1194793
Minimum	937 μs
Maximum	1063 μs
Moyenne	1000 μs
Déviati�n standard	6 μs

TABLEAU B.4 – Résultats du test de précision sous une charge faible de la CPU.

B.2.4 Tests

Afin de démontrer les performances du système développé, plusieurs tests sont menés. Ils s’inspirent pour la plupart de ceux donnés par Blaess dans [14].

B.2.4.1 Précision

La précision du système temps réel global est tout d’abord testée grâce à l’utilisation d’un Timer. Sa période est fixée à 1000 μs . Les valeurs récupérées durant l’exécution du test sont enregistrées dans un fichier texte exploité après l’exécution. Pour ce premier test, l’exécutable est lancé pendant 20 minutes environ avec une charge de la CPU (Central Processing Unit) assez faible. Les résultats de ce test sont donnés dans le Tableau B.4. Le temps moyen de déclenchement du Timer est effectivement de 1000 μs . Le plus grand décalage avec la valeur attendue est de 63 μs avant et après le déclenchement demandé. Néanmoins, la déviation standard est de 6 μs ce qui est beaucoup mieux que pour un Timer classique. Ces résultats sont illustrés par l’histogramme de la Figure B.7.

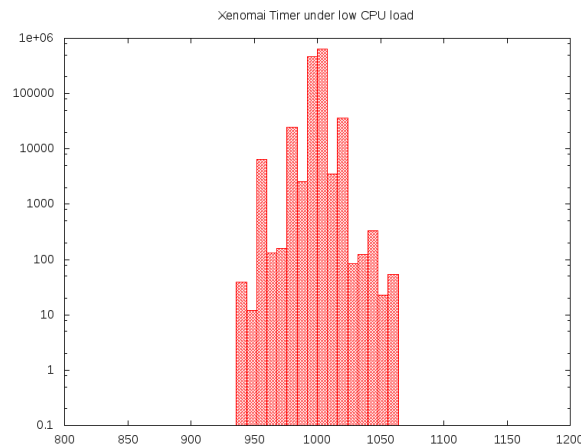


FIGURE B.7 – Précision des Timers temps réel sous une charge faible de la CPU. Nombre d’occurrences en fonction de la durée en microseconde.

Le même test est ensuite mené sous une charge élevée de la CPU. Un exécutable est lancé en même temps afin de placer le système dans des conditions difficiles. D’autres programmes sont également lancés comme par exemple un navigateur web. Les résultats de ce test sont donnés dans le Tableau B.5. L’histogramme de la Figure B.8 illustre ces

Nombre de mesures	1122072
Minimum	937 μs
Maximum	1061 μs
Moyenne	1000 μs
Déviati�n standard	2 μs

TABLEAU B.5 – Résultats du test de précision sous une charge élevée de la CPU.

résultats. Dans ce cas, les valeurs maximales avant et après le déclenchement demandé

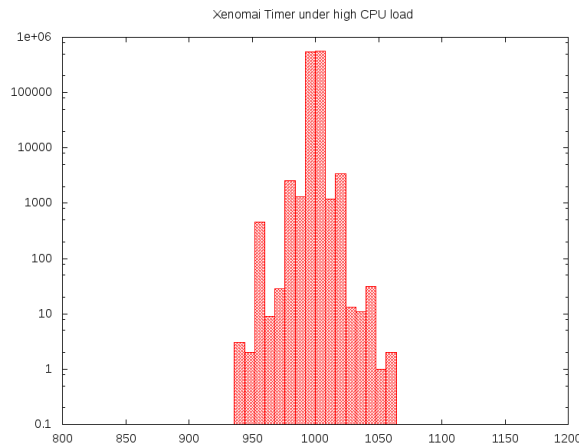


FIGURE B.8 – Précision des Timers temps réel sous une charge élevée de la CPU. Nombre d’occurrences en fonction de la durée en microseconde.

sont les mêmes que dans le cas d’une charge faible de la CPU. Cependant, la déviation standard est de 2 μs ce qui est moins que dans le test précédent. Ce résultat peut paraître étonnant étant donné que le système doit réaliser plus de tâches lorsque la charge est importante. Cela peut être dû au fait que la CPU ralentit quand elle est inoccupée et qu’elle prend un certain temps à reprendre une vitesse plus grande. Fixer une vitesse fixe à la CPU permettrait certainement d’obtenir une latence faible dans tous les cas mais au prix d’une consommation plus grande. L’utilisation de ces Timers semble donc ne pas être une solution pour l’implémentation du contrôleur numérique. Ils ne sont donc pas utilisés dans la suite. Cependant ces tests procurent des informations permettant de conclure que le système temps réel utilisé est efficace puisque ces Timers restent tout de même plus précis que des Timers classiques.

B.2.4.2 Précision et la latence de boucle

La précision et la latence du système de contrôle numérique sont ensuite testées. Pour le premier test, le système de contrôle est construit à l’aide d’un modèle de la structure à contrôler comportant 8 modes. Les matrices utilisées dans l’observateur sont donc des matrices 16 * 16. Un buffer pré-alloué est utilisé pour stocker 150000 valeurs. Cela permet d’étudier les performances du système après l’exécution. La durée entre

Nombre de mesures	150000
Minimum	16.1 μs
Maximum	21.5 μs
Moyenne	17.0 μs

TABLEAU B.6 – Latence et précision du système de contrôle expérimental composé d'un modèle de 8 modes durant le contrôle.

deux échantillons de la boucle de contrôle est calculée grâce à ces valeurs. Les résultats de ces mesures sont donnés dans le Tableau B.6. L'histogramme correspondant à ces résultats est donné par la Figure B.9. La durée moyenne entre deux échantillons est de

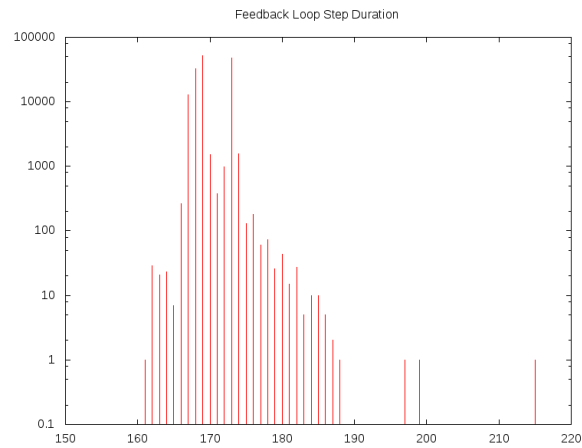


FIGURE B.9 – Latence de boucle du système en dixième de microseconde testée sur 150000 échantillons.

17 μs . La précision la moins bonne par rapport à cette valeur est d'environ 4 μs . Ces résultats permettent de conclure que ce système, construit avec un modèle de 8 modes, peut contrôler une large bande de fréquence bien supérieure à 20kHz. L'influence du nombre de modes contenus dans le modèle sur la latence du système est présentée dans la section 4.2.2.3.

Tous ces tests permettent de conclure que le système de calcul temps réel développé répond bien aux contraintes du cahier des charges fixées dans la section B.2.1. Il est par conséquent utilisé lors de l'application expérimentale du contrôle sur les différentes structures décrites dans la section 4.1.

Annexe C

Principe de la synthèse

La méthode de synthèse utilisée dans cette étude est proposée par Woodhouse et permet de synthétiser le son provenant d'une guitare dont le modèle est identifié expérimentalement sur l'instrument. Cette méthode est décrite dans le domaine fréquentiel et utilise le principe de Transformée de Fourier Rapide (FFT) inverse pour donner la réponse transitoire temporelle du modèle. En y ajoutant un modèle simple de rayonnement, il est possible d'obtenir le son rayonné par l'instrument synthétisé. Elle a l'avantage de permettre la modification directe des paramètres modaux du modèle utilisé. Ainsi une modification modale due au contrôle peut directement être appliquée à la synthèse. Cette méthode est rapidement décrite dans la suite et les équations essentielles du modèle y sont rappelées. Les détails de cette méthode de synthèse sont donnés dans [105, 106]. Pour appliquer cette méthode, quelques hypothèses doivent être faites sur le modèle.

- Facteurs d'amortissement faibles : $\xi \ll 1$ pour tous les modes de corps de la guitare
- Amortissements proportionnels et masses effectives réelles pour tous les modes de corps de guitare
- La polarisation de la corde est supposée unidirectionnelle et perpendiculaire à la table d'harmonie
- Le rayonnement de la table d'harmonie est supposé omnidirectionnel et est modélisé par le rayonnement d'une sphère pulsante.

La méthode de synthèse proposée par Woodhouse repose sur la modélisation du couplage corde/table d'harmonie dans le domaine fréquentiel. Elle utilise le fait que si deux systèmes sont couplés en un seul point, l'admittance \mathcal{Y} du système couplé définie en ce point est donnée par

$$\frac{1}{\mathcal{Y}} = \frac{1}{\mathcal{Y}_{corde}} + \frac{1}{\mathcal{Y}_{corps}}, \quad (\text{C.1})$$

avec \mathcal{Y}_{corde} et \mathcal{Y}_{corps} respectivement les admittances d'entrée de la corde et de la table d'harmonie au point de couplage qui dans le cas de la guitare est le chevalet. La méthode propose donc de séparer ce problème en deux sous-systèmes. Le premier est la corde et le second le corps de la guitare. L'équation C.1 signifie qu'au chevalet, la corde et le corps de la guitare ont la même vitesse tandis que la force totale appliquée en ce point

est la somme des forces appliquées par chaque élément.

L'admittance du corps de la guitare \mathcal{Y}_{corps} est donnée par

$$\mathcal{Y}_{corps} = \sum_{i=1}^n \frac{j\omega}{m_i(\omega_i^2 - \omega^2 + 2j\omega\omega_i\xi_i)}, \quad (C.2)$$

avec n le nombre de modes modélisés et ω_i , ξ_i et m_i respectivement la fréquence, le facteur d'amortissement et la masse effective du $i^{ème}$ mode de vibration du corps de la guitare. Il est important de noter que ces paramètres modaux sont les mêmes que ceux définis dans la section 2 lors de la définition du modèle utilisé dans le système de contrôle. Il est rappelé que la masse effective d'un mode inclut sa masse modale ainsi que les caractéristiques liées à la position sur la guitare à laquelle est calculée l'admittance. Comme dans le cas du contrôle, cette dernière est mesurée à l'aide d'un marteau d'impact et d'un accéléromètre directement sur la guitare représentée sur la Figure 4.6. Le capteur est fixé sur le chevalet de manière à mesurer l'accélération transverse verticale du corps de la guitare. L'impact en force est également appliqué au chevalet et de manière transverse verticale. Les paramètres modaux de C.2 sont ensuite identifiés grâce à l'impédance calculée avec ces deux signaux. Cependant, cette identification se révèle difficile à haute fréquence. Le nombre de modes y étant plus élevé, il devient difficile de les identifier un à un. L'admittance est donc identifiée jusqu'à 1500 Hz et la mesure est utilisée telle quelle pour modéliser la bande de fréquence restante. Cette restriction n'est pas un problème puisque les modes basses fréquences sont ceux qui ont le plus d'influence sur le son rayonné lorsqu'ils sont modifiés indépendamment les uns des autres. Les modes hautes fréquence n'ont qu'un effet global sur le son et seulement lorsque toute une bande de fréquence est modifiée. La Figure C.1 présente une admittance identifiée et utilisée dans le modèle pour la synthèse.

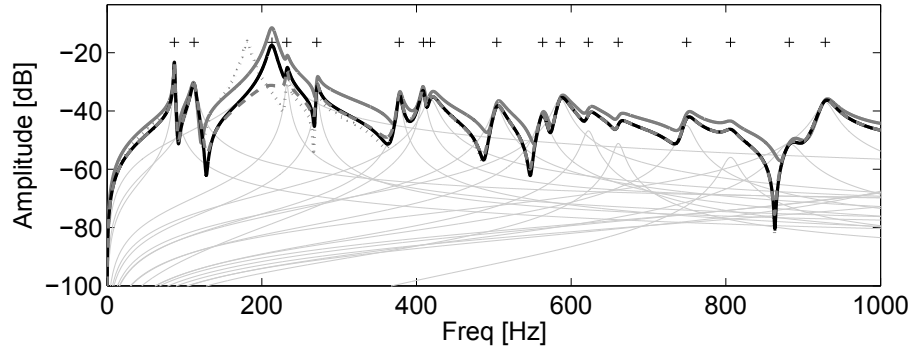


FIGURE C.1 – Modes identifiés expérimentalement [—] et utilisés dans le modèle de synthèse comme impédance de corps [—]. Exemples de modification de fréquence [---], d'amortissement [---] et d'amplitude [—] du troisième mode identifié.

L'étape d'identification permet donc d'obtenir un modèle de table d'harmonie assez proche de celui de la guitare réelle. Il est alors possible de supposer que les modifications apportées à ce modèle concorderont bien à celles appliquées avec le contrôle à

l'instrument réel. La Figure C.1 représente également 3 cas pour lesquels les paramètres modaux du 3^{ème} mode identifié sont changés. Ces paramètres peuvent être directement modifiés dans l'équation C.2 pour étudier leur influence sur le son.

L'inverse de l'admittance de la corde au chevalet est quant à elle donnée par

$$\frac{1}{\mathcal{Y}_{corde}} = -\frac{iT}{L} \left[\frac{1}{\omega} + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{2\omega - i\omega_p \eta_p}{\omega^2 - i\omega\omega_p \eta_p - \omega_p^2} \right], \quad (C.3)$$

avec L et T respectivement la longueur et la tension de la corde et ω_p et η_p respectivement la pulsation propre et le facteur de perte du $p^{ème}$ mode de la corde. Ces grandeurs sont définies par

$$\omega_p = \frac{i\pi c_c}{L} \left[1 + \frac{B}{2T} \left(\frac{p\pi}{L} \right)^2 \right], \quad (C.4)$$

et

$$\eta_p = \frac{T(\eta_F + \eta_A/\omega_p) + B\eta_B(p\pi/L)^2}{T + B(p\pi/L)^2}, \quad (C.5)$$

avec $c_c = \sqrt{T/\rho_l}$ la célérité des ondes dans la corde et B sa raideur de flexion. η_A , η_F et η_B sont respectivement les facteurs d'amortissement dûs à l'air, à la friction et à la raideur de flexion. Les valeurs numériques de ces grandeurs utilisées dans cette étude et tirées de [106] sont données dans le Tableau C.1 pour les différentes cordes de la guitare.

Corde	1	2	3	4	5	6
Note	Mi_4	Si_3	Sol_3	$Ré_3$	La_2	Mi_2
Fréquence f_0 (Hz)	329.6	246.9	196.0	146.8	110.0	82.4
Tension T (N)	70.3	53.4	58.3	71.2	73.9	71.6
Masse linéique ρ_l (g/m)	0.38	0.52	0.90	1.95	3.61	6.24
Raideur de flexion B ($\cdot 10^{-6} N/m^2$)	130	160	310	51	40	57
η_F ($\cdot 10^{-5}$)	40	40	14	5	7	2
η_B ($\cdot 10^{-2}$)	2.4	2.0	2.0	2.0	2.5	2.0
η_A (s^{-1})	1.5	1.2	1.7	1.2	0.9	1.2

TABLEAU C.1 – Caractéristiques des cordes de guitare [106].

La Figure C.2 donne l'impédance synthétisée grâce à C.3 pour un La_2 .

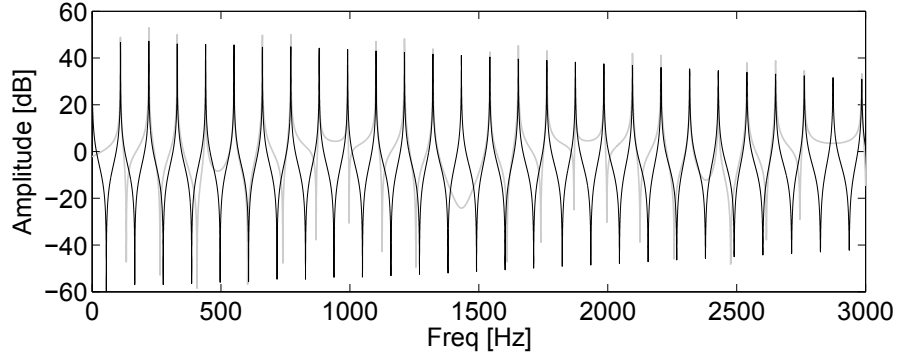


FIGURE C.2 – Impédance de corde, donnée par C.3, et excitée au chevalet [—] et impédance de corde couplée à la table, donnée par C.7 et excitée au point x de la corde [—].

Cette figure permet d'observer l'effet des termes d'amortissement puisqu'une diminution en amplitude des pics apparaît lorsque la fréquence augmente.

À l'aide de C.2 et C.3 il est possible de calculer l'admittance du système couplé donnée par C.1. Cependant, l'admittance \mathcal{Y} représente l'admittance au chevalet de la guitare cordée. Or il est connu que la position du point d'excitation de la corde est très important dans le mécanisme de production du son. Il est donc nécessaire d'ajouter une fonction de transfert à \mathcal{Y} pour obtenir le son obtenu à partir d'un point donné de la corde. Pour cela il est possible d'utiliser le théorème de réciprocité. L'objectif est ici de trouver la vibration au chevalet lorsque la corde est excitée à un point donné comme le montre la Figure C.3.

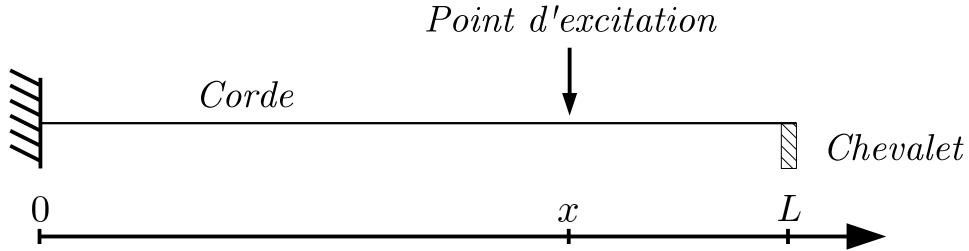


FIGURE C.3 – Position du point d'excitation de la corde.

Réciproquement, il est possible d'appliquer une force au chevalet et d'en déduire la vibration résultante de la corde au point donné. Si y_L est le déplacement de la corde au chevalet et y_x le déplacement de la corde au point d'excitation, la multiplication de \mathcal{Y} par y_x/y_L donne l'admittance de la guitare avec comme point d'entrée le point d'excitation de la corde. La fonction de transfert entre le déplacement au point d'excitation et le chevalet est donnée par

$$\frac{y_x}{y_L} = \frac{x}{L} + \frac{c}{L} \sum_{p=1}^{\infty} (-1)^p \frac{2\omega \sin(p\pi x/L)}{\omega^2 - i\omega\omega_p\eta_p - \omega_p^2} \quad (\text{C.6})$$

avec x la distance entre la tête de la guitare et le point d'excitation sur la corde. L'admittance complète de la guitare est alors donnée par

$$\mathcal{Y}_{guitare} = \frac{y_x}{y_L} \mathcal{Y}. \quad (\text{C.7})$$

L'impédance correspondante est donnée par la Figure C.2. En la comparant à l'impédance au chevalet, il est possible de constater que le fait de prendre en compte le point d'excitation dans l'impédance modifie essentiellement les anti-résonances de la fonction de transfert. L'amplitude des partiels est également modifiée ce qui est conforme aux résultats attendus puisque à un certain point de la corde ses différents modes sont plus ou moins excités.

Il est important de noter que la réponse en vitesse du corps soumis à une impulsion appliquée à la corde est la même que la réponse en accélération du corps soumis à un échelon en force appliqué au même point de la corde. En première approximation, une fonction échelon est une bonne modélisation de la force appliquée à une corde lorsqu'un musicien joue en la pinçant. En effet, dans ce cas, la corde est tirée jusqu'à une certaine position puis soudainement lâchée.

Une approximation drastique est ensuite faite pour modéliser le rayonnement de la guitare synthétisée. Afin d'obtenir la pression acoustique de la guitare en champ lointain, cette dernière est considérée comme une sphère pulsante dont la vitesse uniforme est donnée par la vitesse au chevalet. D'après [23], la pression acoustique rayonnée à une distance r par une sphère pulsante de rayon a vibrant avec une vitesse uniforme V est donnée par

$$p(r) = V\rho c \frac{a}{r} \frac{jka}{1 + jka} e^{-jk(r-a)}, \quad (\text{C.8})$$

avec $k = \omega/c$ où c est la vitesse du son dans l'air et ρ la densité de l'air. En supposant que l'accélération de cette sphère est égale à $j\omega V$, la pression acoustique peut être donnée en filtrant l'accélération synthétisée par

$$R(r) = \frac{1}{j\omega} \left(\rho c \frac{a}{r} \frac{jka}{1 + jka} e^{-jk(r-a)} \right). \quad (\text{C.9})$$

Cette modélisation très simple est utilisée pour calculer le son rayonné à une distance $r = 50$ cm de la guitare synthétisée dont le corps est considéré comme une sphère de rayon $a = 20$ cm.

La fonction de transfert entre la force d'excitation appliquée à la corde et la pression acoustique rayonnée est alors donnée par

$$\mathcal{Y}_{totale} = \mathcal{Y}_{guitare} R(r). \quad (\text{C.10})$$

La Figure C.4 donne donc la réponse impulsionnelle de la guitare synthétisée entre le point d'excitation choisi et un point situé en face de la guitare.

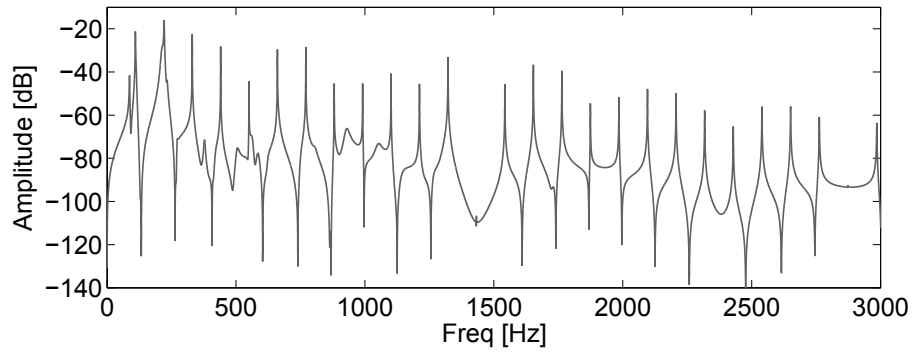
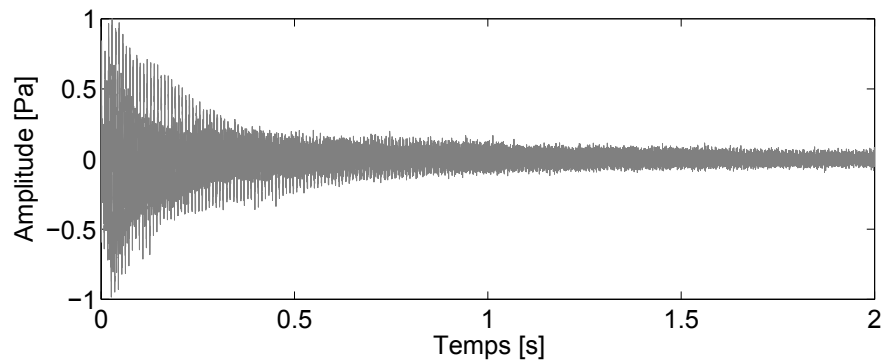
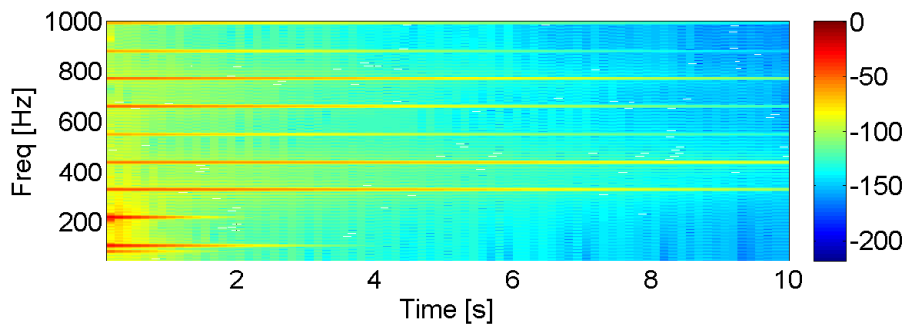


FIGURE C.4 – Spectre du son rayonné par la guitare synthétisée.

Finalement, une FFT inverse appliquée à \mathcal{Y}_{totale} permet d'obtenir le son synthétisé de la guitare. La Figure C.5 donne les premières secondes de l'évolution temporelle ainsi que le spectrogramme du son synthétisé.



a



b

FIGURE C.5 – Évolution temporelle et spectrogramme du son de la guitare synthétisée obtenu grâce à une FFT inverse.

Cette méthode de synthèse est implémentée sous un logiciel de calcul numérique. La fréquence d'échantillonnage du signal synthétisé est de 22050 Hz . D'après le théorème

de Shannon la fréquence maximum synthétisable est donc de 11025 Hz . Le nombre de modes de corde modélisés est choisi pour couvrir toute la bande de fréquence synthétisée. Cela implique que les notes aiguës sont modélisées avec moins de modes que les notes graves. A titre d'exemple le Mi_2 de la guitare est modélisé par 109 modes alors que seulement 29 servent à modéliser le Mi_4 . Les Figures C.1, C.2 et C.4 illustrent les principales étapes de la méthode de synthèse dans le domaine fréquentiel. Le son produit par cette synthèse est assez "agressif" à cause de l'excitation en échelon imposée à la corde. Néanmoins cette condition initiale basique s'avère correspondre assez bien à l'excitation réelle de la corde à l'aide d'un fin fil de cuivre et détaillée dans la section 4.1.2.4.

Liste des symboles

Chapitre 2 et 3

$\bar{\mathbf{A}}$	Matrice de la dynamique du système adimensionnée en temps
$\bar{\mathbf{B}}$	Vecteur actionneur adimensionné en temps
$\bar{\mathbf{C}}$	Vecteur capteur adimensionné en temps
$\bar{\mathbf{G}}$	Matrice de perturbation adimensionnée en temps
$\bar{\mathbf{q}}(\bar{t})$	Vecteur des déplacements modaux adimensionnés en temps
\bar{s}	Variable de Laplace adimensionnée
\bar{t}	Variable de temps adimensionnée
$\bar{u}(t)$	Signal de commande adimensionné en temps
$\bar{w}(t)$	Signal de perturbation adimensionné en temps
$\bar{y}(t)$	Signal mesuré adimensionné en temps
\bar{z}	Variable équivalente à la variable de Laplace adimensionnée en discret
$\delta(t)$	Vecteur des déplacements généralisés (translations et rotations)
μ	Matrice des masses modales
Ω	Matrice des pulsations propres
Φ	Matrice des déformées modales
Φ_i	Déformée modale du $i^{ème}$ mode
Π^w	Vecteur de perturbation projeté dans la base modale
Π^a	Vecteur de couplage électromécanique actionneur
Π^c	Vecteur de couplage électromécanique capteur
Ξ	Matrice des facteurs d'amortissements modaux
$\ddot{\mathbf{q}}(t)$	Vecteur des accélérations modales
δ_{ij}	Symbole de Kronecker
$\dot{\mathbf{q}}(t)$	Vecteur des vitesses modales

$\dot{\mathbf{x}}(t)$	Vecteur d'état dérivé
$\hat{\mathbf{x}}(t)$	Vecteur d'état estimé par l'observateur
$\hat{y}(t)$	Signal mesuré estimé par l'observateur
λ_i	$i^{ème}$ valeur propre du système
μ_i	Masse modale du $i^{ème}$ mode
ω_i	Pulsation propre du $i^{ème}$ mode
π_i^a	$i^{ème}$ terme du vecteur de couplage électromécanique actionneur
π_i^c	$i^{ème}$ terme du vecteur de couplage électromécanique capteur
\mathbf{A}	Matrice de la dynamique du système
\mathbf{A}_m	Matrice de la dynamique du système utilisée dans l'observateur
\mathbf{B}	Vecteur actionneur
\mathbf{B}_m	Vecteur actionneur utilisé dans l'observateur
\mathbf{C}	Vecteur capteur
\mathbf{C}_m	Vecteur capteur utilisé dans l'observateur
\mathbf{G}	Matrice de perturbation
\mathbf{Id}	Matrice identité
\mathbf{K}	Vecteur gain du contrôleur
\mathbf{K}_1	Vecteur gain du contrôleur appliqué au vecteur d'état
\mathbf{K}_2	Vecteur gain du contrôleur appliqué au vecteur d'état dérivé
\mathbf{L}	Vecteur gain de l'observateur
$\mathbf{q}(t)$	Vecteur des déplacements modaux
\mathbf{R}	Matrice de contrôlabilité
$\mathbf{x}(t)$	Vecteur d'état
$\mathbf{x}_d(k)$	Vecteur d'état discret
$\mathbf{x}_m(t)$	Vecteur d'état contenant les modes modélisés
$\mathbf{x}_r(t)$	Vecteur d'état représentant les modes résiduels
\mathbf{C}	Matrice d'amortissement
$\mathbf{F}(t)$	Vecteur des efforts généralisés (forces et couples)
\mathbf{K}	Matrice de raideur
\mathbf{M}	Matrice de masse

ξ_i	Facteur d'amortissement modal du $i^{\text{ème}}$ mode
A_i	Coefficient réel du numérateur identifié par l'algorithme RFP
B_i	Coefficient imaginaire du numérateur identifié par l'algorithme RFP
g_a	Gain de l'amplificateur actionneur
g_c	Gain du conditionneur capteur
$P(\lambda)$	Polynôme caractéristique du système
p_i	Pôle du $i^{\text{ème}}$ mode de la structure
r_i	Résidu du $i^{\text{ème}}$ mode de la structure
s	Variable de Laplace
T_0	Constante d'adimensionnement en temps
T_s	Période d'échantillonnage du système discrétisé
$u(t)$	Signal de commande
$u_d(k)$	Signal de commande discret
$w(t)$	Signal de perturbation
$y(t)$	Signal mesuré
$y_d(k)$	Signal mesuré discret
z	Variable équivalente à la variable de Laplace en discret

Chapitre 6

ω_B	Pulsation propre du mode de table couplé à la corde
Ω_p	Pulsation propre du $p^{\text{ième}}$ partiel de corde couplée à un mode de table d'harmonie
ρ_1	Masse linéique de la corde
A_p	Admittance mécanique du $p^{\text{ième}}$ partiel de corde couplée à un mode de table d'harmonie
c_c	Célérité des ondes dans la corde
K_{couplage}	Paramètre de couplage fort/faible
l	Longueur de la corde
m_B	Masse effective du mode de table couplé à la corde
Q_B	Facteur de qualité du mode de table couplé à la corde ($Q_B = 1/(2\xi_B)$)
Q_p	Facteur de qualité du $p^{\text{ième}}$ partiel de corde couplée à un mode de table d'harmonie ($Q_p = 1/(2\xi_p)$)

T Tension de la corde

Annexe A

α_{ij} Constante diélectrique

α_ϵ Tenseur diélectrique à déformation constante

α_σ Tenseur diélectrique à contrainte constante

ϵ Tenseur du champ de déformation

σ Tenseur du champ de contrainte

$\varphi(t)$ Vecteur du potentiel électrique

W_c Grammien de contrôlabilité

W_o Grammien d'observabilité

ϵ Permittivité diélectrique du piézo

γ Coefficient des modes résiduels

\mathcal{L} Le Lagrangien

\mathcal{W} Le travail virtuel des forces mécaniques et électriques externes

ν Coefficient de Poisson

$\omega_{cc,i}$ Pulsation propre du $i^{\text{ème}}$ mode lorsque le patch piézoélectrique est en court-circuit

$\omega_{co,i}$ Pulsation propre du $i^{\text{ème}}$ mode lorsque le patch piézoélectrique est en circuit ouvert

ρ Masse volumique

\mathbf{d} Tenseur piézoélectrique sous forme déformation

\mathbf{e} Tenseur piézoélectrique sous forme contrainte

$\mathbf{K}_{\delta\varphi}$ Matrice de couplage piézoélectrique

$\mathbf{K}_{\varphi\varphi}$ Matrice de capacité

$\mathbf{Q}(t)$ Matrice des charges électriques

\mathbf{C} Tenseur de rigidité à champ électrique constant

\mathbf{D} Vecteur du champ de déplacement électrique

\mathbf{E} Vecteur du champ électrique

\mathbf{S} Tenseur de souplesse à champ électrique constant

C_p Capacité électrique du piézo

C_{ij} Constante élastique

E	Module d'Young
e	Distance entre les deux électrode
e_{ij}	Constante piézoélectrique
$f_{cc,i}$	Fréquence propre du $i^{ème}$ mode lorsque le patch piézoélectrique est en court-circuit
$f_{co,i}$	Fréquence propre du $i^{ème}$ mode lorsque le patch piézoélectrique est en circuit ouvert
G	Modules de cisaillement
k_i	Coefficient de couplage électromécanique du $i^{ème}$ mode
PI	Index de performance
S	Surface des électrodes
$T(i, j)_k$	$p^{ième}$ mode de table de la guitare possédant i ventre selon l'horizontale et j selon la verticale

Annexe C

η_A	Facteur d'amortissement dû à l'air
η_B	Facteur d'amortissement dû à la raideur de flexion
η_F	Facteur d'amortissement dû à la friction
η_p	Facteur de perte du $p^{ième}$ partiel de corde
\mathcal{Y}	Admittance au chevalet d'un système corde/table d'harmonie couplé
\mathcal{Y}_{corde}	Admittance d'entrée de la corde au point de couplage
\mathcal{Y}_{corps}	Admittance d'entrée de la table d'harmonie au point de couplage
$\mathcal{Y}_{guitare}$	Admittance complète de la guitare
\mathcal{Y}_{totale}	Fonction de transfert entre la force d'excitation appliquée à la corde et la pression acoustique rayonnée
ω_p	Pulsation propre du $p^{ième}$ partiel de corde
ρ	Densité de l'air
a	Rayon de la sphère pulsante
B	Raideur de flexion de la corde
c	Vitesse du son dans l'air
f_0	Fréquence fondamentale de la note
L	Longueur de la corde

$p(r)$	Pression acoustique rayonnée par une sphère pulsante à une distance r
y_L	Déplacement de la corde au chevalet
y_x	Déplacement de la corde au point d'excitation

Table des figures

1.1	Schéma de principe d'une structure active perturbée.	15
1.2	Principe du contrôle par feedforward [90].	16
1.3	Principe du contrôle par feedback [90].	16
2.1	Principe du contrôle actif d'état.	28
2.2	Mesure permettant l'identification des paramètres modaux de la structure.	28
2.3	Pôle du $i^{ème}$ mode de la structure identifiée par 2.28 représenté dans le plan complexe.	30
2.4	Système de contrôle complet.	34
2.5	Équivalence entre le plan s et le plan z.	39
2.6	Boucle de contrôle basique.	40
3.1	Diagramme bloc d'une structure physique contrôlée par un système utilisant un modèle adimensionné en temps.	49
3.2	Pôles d'un système non adimensionné et adimensionné modélisant 25 modes.	51
4.1	Table d'harmonie simplifiée lors de mesures en chambre anéchoïque.	59
4.2	Détails du montage expérimental de la table d'harmonie simplifiée.	59
4.3	Guitare Yamaha CX40.	61
4.4	Barrages de la guitare observés par transparence.	62
4.5	Dimensions de la guitare utilisée.	62
4.6	Mesures en chambre anéchoïque lors du contrôle sur la guitare.	63
4.7	Violoncelle lors de mesures en conditions de jeu.	65
4.8	Système de contrôle séparé, partie analogique et partie numérique.	66
4.9	Excitateurs électrodynamiques de différentes dimensions.	67
4.10	Patches piézoélectriques de type céramique (droite) et MFC (gauche).	68
4.11	Influence du nombre de modes sur la précision et la latence du système bouclé.	72
5.1	Modification de -50% de l'amortissement du mode identifié à environ $200Hz$	74
5.2	Modification de 400% de l'amortissement du mode identifié à environ $200Hz$	74

5.3	Modification de 400% de l'amortissement du mode identifié à environ 500Hz.	74
5.4	Modification de -60% de l'amortissement du mode identifié à environ 850Hz.	75
5.5	Contrôle expérimental de -5% en fréquence du mode identifié à environ 220Hz.	76
5.6	Contrôle en fréquence expérimental d'un mode identifié autour de 320Hz.	76
5.7	Modification de -2% et de +2% de la fréquence des modes identifiés à environ 210Hz et 220Hz.	77
5.8	Modification de +700% en amortissement et de -25% en fréquence du mode identifié à 230Hz.	78
5.9	Modification de +400% en amortissement et de -10% en fréquence du mode identifié à 230Hz.	78
5.10	Modification de +100% en amortissement et de -8% en fréquence du mode identifié à 380Hz.	78
5.11	Modification de +50% en amortissement et de -8% en fréquence du mode identifié à 380Hz.	78
5.12	Modification de -30% en amortissement et de -1% en fréquence du mode identifié à 660Hz.	79
5.13	Modification de -30% en amortissement et de -0.3% en fréquence du mode identifié à 850Hz.	79
5.14	Comparaison des résultats du contrôle d'un mode obtenus par simulation (a) et expérimentalement (b).	80
5.15	Décalages en amortissement (a) et en fréquence (b) des modes contrôlés obtenus expérimentalement ou par simulation.	81
5.16	Contrôles d'état et d'état dérivé utilisant un modèle adimensionné en temps.	83
5.17	Zoom de la Figure 5.16 sur la bande de fréquence étudiée.	84
5.18	Contrôle de l'amplitude modale grâce au mode 9.	86
5.19	Amplitudes des modes 5, 9, 3, 2 et 16 en fonction de la modification en fréquence appliquée au mode 9.	86
5.20	Simulation du contrôle d'amplitude modale.	87
5.21	Amplitudes des modes 5, 9, 3, 2 et 16 en fonction de la modification en fréquence appliquée au mode 9.	88
5.22	Contrôle de l'amplitude modale grâce au mode 2.	89
5.23	Amplitudes des modes 5, 9, 3, 2 et 16 en fonction de la modification en fréquence appliquée au mode 2.	90
5.24	Illustration de l'inversion des pôles conjugués dans le plan Z.	93
5.25	Illustration du phénomène de spillover lors du contrôle en amplitude.	93
6.1	Évolution temporelle (a) et spectrogramme zoomé sur la fondamentale (b) du signal rayonné par le violoncelle.	96
6.2	FRF entre capteur et actionneur avec et sans contrôle du deuxième mode identifié.	97

6.3	Évolution temporelle (a) et spectrogramme (b) du signal rayonné par le violoncelle.	97
6.4	Zoom de la Figure 6.3b sur le fondamental de la note jouée.	98
6.5	FRF de référence et contrôlée de la table d'harmonie du monocorde. . .	99
6.6	Effet du contrôle sur les pôles à partie imaginaire positive du modèle de la structure.	99
6.7	Spectre du son rayonné par la table d'harmonie contrôlée et non contrôlée. 100	
6.8	Zoom de la Figure 6.7 sur la zone contrôlée.	101
6.9	Spectrogrammes des sons rayonnés par la table d'harmonie contrôlée (b) et non contrôlée (a) et excitée par la corde.	102
6.10	Évolution temporelle du troisième partiel du son de corde lorsque la table est contrôlée et non contrôlée.	103
6.11	Influence du facteur de qualité du mode de table Q_B sur le couplage corde/table.	105
6.12	Évolution des fréquences et des amortissements lors d'un balayage en fréquence ($\omega_B/2\pi \pm 15\%$) d'un mode de table.	106
6.13	Évolution des fréquences et des amortissements lors d'un balayage en fréquence d'un mode de table en couplage fort limite avec un mode de corde.	107
6.14	Influence de la fréquence modale sur le couplage corde/table d'harmonie dans le cas d'un couplage faible (a) et dans le cas d'un couplage fort (b). 108	
6.15	Influence de la masse modale du mode de table m_B sur le couplage corde/table.	109
6.16	Impédance au chevalet mesurée sur la guitare présentée dans la section 4.1.2.4.	111
6.17	Contrôle en amortissement du deuxième mode de vibration de la table d'harmonie de guitare.	112
6.18	Facteur d'amortissement ciblé en fonction du facteur d'amortissement atteint.	113
6.19	Transformée de Fourier du son rayonné par la guitare lorsque le deuxième mode de la table d'harmonie est contrôlé en amortissement.	114
6.20	Contrôle en fréquence du deuxième mode de vibration de la table d'harmonie de guitare.	115
6.21	Fréquences ciblées en fonction des fréquences atteintes.	116
6.22	Transformée de Fourier du son rayonné par la guitare lorsque le deuxième mode de la table d'harmonie est contrôlé en fréquence.	117
6.23	Contrôle en amplitude du deuxième mode de vibration de la table d'harmonie de guitare.	118
6.24	Transformée de Fourier du son rayonné par la guitare lorsque le deuxième mode de la table d'harmonie est contrôlé en amplitude.	120
6.25	Modification en amortissement du deuxième mode de vibration de la table d'harmonie de guitare synthétisée.	123

6.26	Spectre du son rayonné par la guitare synthétisée lorsque le deuxième mode de la table d'harmonie est modifié en amortissement.	124
6.27	Spectrogrammes mesuré (a) et synthétisé (b) du son rayonné par la table d'harmonie.	125
6.28	Évolutions temporelles mesurées (a) et synthétisées (b) du second partiel de la corde de <i>La</i> pour des modifications en amortissement.	126
6.29	Amplitudes maximales (a) et pentes (b) de l'évolution temporelle du second partiel de corde pour les différentes modifications d'amortissement.	127
6.30	Modification en fréquence du deuxième mode de vibration de la table d'harmonie de la guitare synthétisée.	128
6.31	Spectre du son rayonné par la guitare synthétisée lorsque le deuxième mode de la table d'harmonie est modifié en fréquence.	129
6.32	Évolution temporelle mesurée (a) et synthétisée (b) du second partiel de la corde de <i>La</i> pour une modification en fréquence.	130
6.33	Amplitudes maximales (a) et pentes (b) de l'évolution temporelle du second partiel de corde pour les différentes modifications de fréquence.	131
6.34	Modification en amplitude du deuxième mode de vibration de la table d'harmonie de guitare synthétisée.	132
6.35	Spectre du son rayonné par la guitare synthétisée lorsque le deuxième mode de la table d'harmonie est modifiée en amplitude.	133
6.36	Évolution temporelle mesurée (a) et synthétisée (b) du second partiel de la corde de <i>La</i> pour une modification en amplitude.	134
6.37	Amplitudes maximales (a) et pentes (b) de l'évolution temporelle du second partiel de corde pour les différentes modifications d'amplitude.	135
7.1	Méthodes et outils utilisés pour appliquer un contrôle d'instruments de musique.	138
7.2	Énergie présente dans l'instrument naturellement et énergie fournie par le système de contrôle.	141
A.1	Effet piézoélectrique direct et inverse.	143
A.2	Superposition de deux spectres de son de corde frottée à $70Hz$ et $80Hz$ et de l'impédance au chevalet du monocorde.	147
A.3	Principales étapes de la création du modèle de la table d'harmonie de guitare.	151
A.4	Montage expérimental utilisé lors des mesures servant à l'analyse modale.	153
A.5	Détails du montage expérimental lors de mesures sur la guitare.	155
A.6	Gradient de courbure d'une poutre encastree-encastree.	161
A.7	Index de performance pour les modes 1, 2 et 3 sans prendre en compte les modes résiduels.	163
A.8	Index de performance pour les modes 1, 2 et 3 en prenant en compte les modes résiduels avec $\gamma = 0.1$	163
A.9	Index de performance pour les modes ciblés.	164

A.10	Positionnement des patchs piezoélectriques sur la table d'harmonie du monocorde.	164
A.11	Index de performance calculé sur la table d'harmonie de guitare pour les modes 1, 2, 3 et 5.	165
A.12	Index de performance calculé sur la table d'harmonie de guitare pour les modes 1, 3 et 5.	165
B.1	Différence d'acceptabilité en fonction de la latence d'un système entre temps réel souple et strict.	167
B.2	Ordonnancement standard sous Linux.	168
B.3	Ordonnancement temps réel sous Linux avec Xenomai.	170
B.4	Spécifications matérielles et logicielles du système de calcul.	172
B.5	Système de contrôle sous forme de schéma bloc.	173
B.6	Schémas bloc Simulink utilisés pour réaliser des simulations de contrôle.	174
B.7	Précision des Timers temps réel sous une charge faible de la CPU.	177
B.8	Précision des Timers temps réel sous une charge élevée de la CPU.	178
B.9	Latence de boucle du système.	179
C.1	Modes identifiés expérimentalement et utilisés dans le modèle de synthèse comme impédance de corps.	181
C.2	Impédance de corde excitée au chevalet et impédance de corde couplée à la table.	183
C.3	Position du point d'excitation de la corde.	183
C.4	Spectre du son rayonné par la guitare synthétisée.	185
C.5	Évolution temporelle et spectrogramme du son de la guitare synthétisée obtenu grâce à une FFT inverse.	185

Liste des tableaux

1.1	Avantages et inconvénients des méthodes de contrôle par feedback et feedforward [90].	17
4.1	Dimensions de la table d'harmonie simplifiée.	58
4.2	Accordage des notes de la guitare utilisée expérimentalement. Les fréquences sont arrondies au Hertz.	61
4.3	Dimensions des barrages de la guitare utilisée.	63
5.1	Contrôle en amortissement de différents modes.	74
5.2	Contrôle en fréquence de différents modes.	75
5.3	Contrôle en amortissement et en fréquence de différents modes.	77
5.4	Erreurs relatives maximales pour le contrôle simulé et expérimental dans le cas des décalages en fréquence et en amortissement.	82
5.5	Cibles du contrôle appliqué pour comparer le contrôle d'état et le contrôle d'état dérivé.	83
5.6	Variations maximale et minimale d'amplitude des modes de la table d'harmonie.	86
5.7	Variations maximale et minimale d'amplitude des modes de la table d'harmonie dans le cas simulé.	88
5.8	Variations maximale et minimale d'amplitude des modes de la table d'harmonie lorsque le mode 2 est contrôlé.	90
6.1	Contrôle appliqué aux modes ciblés pour observer l'effet du couplage corde/table d'harmonie.	99
6.2	Paramètres modaux du second mode de table.	105
6.3	Modifications en amplitude sur le mode contrôlé.	119
6.4	Modifications en amplitude sur le mode contrôlé.	133
A.1	Modes ciblés afin d'agir sur les partiels 1, 2, 3 et 5 des sons de corde.	147
A.2	Récapitulatif de l'influence des paramètres modaux sur le son d'une guitare de synthèse.	148
A.3	Caractéristiques mécaniques utilisées dans COMSOL pour la modélisation en éléments finis du monocorde.	150
A.4	Constantes élastiques et électriques de l'élément piézoélectrique PZT-5H.	150

A.5	Propriétés géométriques et massiques de la table d’harmonie et de l’élément piézoélectrique.	152
A.6	Constantes élastiques de l’épicéa utilisé pour la table d’harmonie et les barrages.	152
A.7	Constantes élastiques du palissandre utilisé pour le manche et le chevalet.	153
A.8	Caractéristiques des patchs piézoélectriques modélisés sous Cast3M.	157
A.9	Coefficients de couplage en fonction de la position du patch sur la plaque.	160
A.10	Index de performance sur la table d’harmonie.	162
B.1	Spécifications du systèmes de calculs temps réel imposées par le cahier des charges.	171
B.2	Spécifications matérielles de la machine utilisée.	172
B.3	Modifications apportées au code C généré par Simulink pour créer une tâche exécutable en temps réel.	175
B.4	Résultats du test de précision sous une charge faible de la CPU.	177
B.5	Résultats du test de précision sous une charge élevée de la CPU.	178
B.6	Latence et précision du système de contrôle expérimental composé d’un modèle de 8 modes durant le contrôle.	179
C.1	Caractéristiques des cordes de guitare [106].	182

Bibliographie

- [1] IEEE Std 176-1978. IEEE standard on piezoelectricity. Technical report, The Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1978. (*Cité pages 69 et 156*)
- [2] T. H. S. Abdelaziz. Robust pole assignment for linear time-invariant systems using state-derivative feedback. *Journal of Systems and Control Engineering*, 223(2) :187–199, 2009. (*Cité page 44*)
- [3] T. H. S. Abdelaziz and M. Valášek. A direct algorithm for pole placement by state-derivative feedback for single-input linear systems. *Acta Polytechnica*, 43(6) :52–60, 2003. (*Cité pages 44, 53 et 54*)
- [4] T. H. S. Abdelaziz and M. Valášek. Pole placement for siso linear systems by state-derivative feedback. *Control Theory and Applications, IEE Proceedings*, 151(4) :377–385, July 2004. (*Cité page 44*)
- [5] A. Badel, D. Guyomar, E. Lefeuvre, and C. Richard. Piezoelectric energy harvesting using a synchronized switch technique. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 17 :831–839, September 2006. (*Cité page 14*)
- [6] R. Bellet. *Vers une Nouvelle Technique de Contrôle Passif du Bruit : Absorbeur Dynamique Non Linéaire et Pompe Énergétique*. Thèse de doctorat, Université Aix-Marseille I, Octobre 2010. (196 p.). (*Cité page 14*)
- [7] S. Benacchio, B. Chomette, A. Mamou-Mani, and V. Finel. Mode tuning of a simplified string instrument using time-dimensionless state-derivative control. *Journal of Sound and Vibration*, 334 :178–189, January 2015. (*Cité page 21*)
- [8] S. Benacchio, B. Chomette, A. Mamou-Mani, and F. Ollivier. Simulated effects of combined control applied to an experimentally identified soundboard. In *Proceedings of the Stockholm Music Acoustics Conference 2013*, pages 601–606, Stockholm, Sweden, July 2013. (*Cité page 21*)
- [9] S. Benacchio, A. Mamou-Mani, B. Chomette, and F. Ollivier. Combined state and state derivative control applied to musical string instruments. In *J. Acoust. Soc. Am., Proceedings of Meetings on Acoustics*, pages 3561–3561, Montréal, Canada, June 2013. (*Cité page 21*)
- [10] S. Benacchio, R. Piechaud, B. Chomette, A. Mamou-Mani, and V. Finel. Active control of string instruments using xenomai. In *Proceedings of the 15th Real Time Linux Workshop*, pages 1–8, Lugano, Switzerland, October 2013. (*Cité page 21*)
- [11] E. J. Berdahl and J. O. Smith III. Active damping of a vibrating string. In *Active 2006*, Adelaide, Australia, September 2006. (12 p.). (*Cité page 19*)

-
- [12] E. J. Berdahl and J. O. Smith III. Inducing unusual dynamics in acoustic musical instruments. In *IEEE International Conference on Control Applications, CCA 2007*, pages 1336–1341, Singapore, 2007. (*Cité page 19*)
 - [13] C. Besnainou. Modal stimulation : A sound synthesis new approach. In *Proc. of International Symposium on Musical Acoustics, ISMA95*, pages 434–438, Dourdan, France, July 1995. SFA. (*Cité pages 18 et 19*)
 - [14] C. Blaess. *Solutions temps réel sous Linux*. Editions Eyrolles, 2012. (312 p.). (*Cité pages 70, 166 et 177*)
 - [15] X. Boutillon and J. Guerard. Hybrid synthesis. In ISMA-95, editor, *Proceedings of the International Symposium on Musical Acoustics*, pages 439–445, Dourdan, France, July 1995. (*Cité page 12*)
 - [16] H. Boutin. *Méthodes de Contrôle Actif d'Instruments de Musique*. Thèse de doctorat, UPMC, Université Paris VI, LAM, November 2011. (240 p.). (*Cité pages 18, 20 et 137*)
 - [17] H. Boutin and C. Besnainou. Physical parameters of an oscillator changed by active control application to a xylophone bar. In *Proc. of the International Conference on Digital Audio Effects, DAFx-08*, pages 173–176, Espoo, Finland, September 2008. (*Cité page 20*)
 - [18] H. Boutin and C. Besnainou. Physical parameters of the violin bridge changed by active control. In *Proc. Acoustics 08 Paris*, pages 4191–4196. SFA, July 2008. (*Cité page 18*)
 - [19] S. Braghin, F. Cinquemani, and F. Resta. A new approach to the synthesis of modal control laws in active structural vibration control. *Journal Of Vibration And Control*, 19(2) :163–182, 2013. (*Cité page 23*)
 - [20] W. L. Brogan. *Modern Control Theory*. Prentice-Hall, New Jersey, 1991. (670 p.). (*Cité page 35*)
 - [21] G. Cabodevila. Automatique linéaire échantillonnée. Cours 1ère année ENSMM. (*Cité page 45*)
 - [22] T. K. Caughey. Classical normal modes in damped linear dynamic systems. *ASME, J. Appl. Mech.*, 27(2) :269–271, June 1960. (*Cité page 25*)
 - [23] A. Chaigne and J. Kergomard. *Acoustique des Instruments de Musique*. Belin, 2008. (703 p.). (*Cité page 184*)
 - [24] F.C. Chen and G. Weinreich. Nature of the lip reed. *J. Acoust. Soc. Am.*, 99(2) :1227–1233, February 1996. (*Cité page 20*)
 - [25] W. F. Chen and L. Duan. *Bridge Engineering - Seismic Design*. CRC Press, 2003. (452 p.). (*Cité page 14*)
 - [26] S. Chesne, C. Jean-Mistral, and L. Gaudiller. Experimental identification of smart material coupling effects in composite structures. *Smart Materials and Structures*, 22(7) :1–10, 2013. (*Cité page 31*)

-
- [27] B. Chomette. *Contrôles Modaux Actif, Semi-adaptatif et Semi-actif de Structures Intelligentes Embarquées - Application aux Cartes Électroniques*. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Novembre 2008. (158 p.). (Cité pages 14, 23, 27 et 157)
- [28] B. Chomette, S. Chesné, D. Rémond, and L. Gaudiller. Damage reduction of on-board structures using piezoelectric components and active modal control - application to a printed circuit board. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 24 :352–364, 2010. (Cité pages 14, 23 et 157)
- [29] O. Christensen. An oscillator model for analysis of guitar sound pressure response. *Acta Acustica united with Acustica*, 54(5) :289–295, March 1984. (Cité page 52)
- [30] O. Christensen and B. B. Vistisen. A study of acoustical and hologram interferometric measurements of the top plate vibrations of a guitar. *Acta Acustica united with Acustica*, 25 :95–100, January 1971. (Cité page 60)
- [31] O. Christensen and B. B. Vistisen. Simple models for low-frequency guitar function. *J. Acoust. Soc. Am.*, 68(3) :758–766, September 1980. (Cité page 60)
- [32] N. Dauchez. *Étude Vibroacoustique des Matériaux Poreux par Éléments Finis*. Thèse de doctorat, Université du Maine et Université de Sherbrooke, Avril 1999. (116 p.). (Cité page 14)
- [33] B. de Marneffe. *Active and Passive Vibration Isolation and Damping via Shunted Transducers*. Phd thesis, Université Libre de Bruxelles, 2007. (161 p.). (Cité page 144)
- [34] F. dell’Isola, C. Maurini, and M. Porfiri. Passive damping of beam vibrations through distributed electric networks and piezoelectric transducers : Prototype design and experimental validation. *Smart Materials and Structures*, 13 :299–308, January 2004. (Cité page 14)
- [35] J. Ducarne, O. Thomas, and J.F. Deü. Placement and dimension optimization of shunted piezoelectric patches for vibration reduction. *Journal of Sound and Vibration*, 331(14) :3286–3303, 2012. (Cité page 145)
- [36] K. Ege. *La table d’harmonie du piano - Études modales en basses et moyennes fréquences*. Thèse de doctorat, École Polytechnique, 2009. (191 p.). (Cité page 142)
- [37] R. Eisenmann. Musical instrument, May 1893. (Cité page 18)
- [38] B. Elie, F. Gautier, and B. David. Macro parameters describing the mechanical behavior of classical guitars. *J. Acoust. Soc. Am.*, 132(6) :4013–4024, December 2012. (Cité page 121)
- [39] S. Elliott. *Signal Processing for Active Control*. Academic Press, 2000. (511 p.). (Cité pages 39 et 70)
- [40] I. M. Firth and J. M. Buchanan. The wolf in the cello. *J. Acoust. Soc. Am.*, 53(2) :457–463, 1973. (Cité page 95)
- [41] N. H. Fletcher and T. D. Rossing. *The Physics of Musical Instruments*. Springer, 1991. (620 p.). (Cité page 11)

- [42] C. Fritz, I. Cross, B. C. J. Moore, and J. Woodhouse. Perceptual thresholds for detecting modifications applied to the acoustical properties of a violin. *J. Acoust. Soc. Am.*, 122(6) :3640–50, December 2007. (*Cité page 122*)
- [43] C. R. Fuller, S. J. Elliott, and P. A. Nelson. *Active Control of Vibration*. Harcourt Brace & Company, 1997. (332 p.). (*Cité pages 14, 35, 40, 41, 42, 56, 57 et 91*)
- [44] A. C. Galucio, J.-F. Deü, and R. Ohayon. Hybrid active-passive damping treatment of sandwich beams in non-linear dynamics. *Journal of Vibration and Control*, 13(7) :851–881, July 2007. (*Cité page 14*)
- [45] W. K. Gawronski. *Dynamics and Control of Structures : A Modal Approach*. Springer, 1998. (260 p.). (*Cité pages 23, 27, 156 et 157*)
- [46] P. Gerum. Life with adeos. <http://www.xenomai.org/documentation/xenomai-2.3/pdf/Life-with-Adeos-rev-B.pdf>, 2005. (Dernier accès le 25 septembre 2014). (*Cité page 169*)
- [47] S. Ghorbel. *Couplage électromécanique effectif dans les structures piézoélectriques : expérimentations, simulations et corrélations*. Thèse de doctorat, LISMM, Institut Supérieur de Mécanique de Paris, 2009. (144 p.). (*Cité page 151*)
- [48] A. Givois. Contrôle actif modal appliqué au violoncelle. Master atiam, UPMC, Université Paris VI, IRCAM, Mars-Août 2014. (*Cité page 95*)
- [49] C. E. Gough. The resonant response of a violin g-string and the excitation of the wolf-note. *Acta Acustica united with Acustica*, 44(2) :113–123, 1980. (*Cité pages 12 et 103*)
- [50] C. E. Gough. The theory of string resonances on musical instruments. *Acta Acustica united with Acustica*, 49 :124–141, 1981. (*Cité pages 12, 95 et 103*)
- [51] S. Griffin. *Acoustic Replication in Smart Structures Using Active Structural/Acoustic Control*. Ph.d. thesis, Georgia Tech., Department of Aerospace Engineering, November 1995. (169 p.). (*Cité pages 18 et 137*)
- [52] S. Griffin, S. A. Lane, and R. L. Clark. The application of smart structures toward feedback suppression in amplified acoustic guitars. *J. Acoust. Soc. Am.*, 113(6) :3188–3196, June 2003. (*Cité page 18*)
- [53] J. Guerard. *Modélisation Numérique et Simulation Expérimentale de Systèmes Acoustiques - Application aux Instruments de Musique*. Thèse de doctorat, UPMC ; Université Paris VI, Janvier 2002. (188 p.). (*Cité page 20*)
- [54] J. Guerard and X. Boutillon. Bowing virtual strings. In IEEE International Conference on ICASSP-96, editor, *Acoustics, Speech, and Signal Processing*, volume 3, pages 1755–1758, Atlanta, Georgia, USA, May 1996. (*Cité page 12*)
- [55] D. Guitard. *Mécanique du matériau bois et Composites*. Cépaduès éditions, 1987. (238 p.). (*Cité page 150*)
- [56] A. Hać and L. Liu. Sensor and actuator location in motion control of flexible structures. *Journal of Sound and Vibration*, 167(2) :239–261, 1993. (*Cité pages 69, 145, 156 et 161*)

-
- [57] N.W. Hagood and A. Von Flotow. Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks. *Journal of Sound and Vibration*, 146(2) :243–268, June 1991. (Cité pages 14 et 146)
 - [58] D. Halim and S. O. R. Moheimani. An optimization approach to optimal placement of collocated piezoelectric actuators and sensors on a thin plate. *Mechatronics*, 13 :27–47, 2003. (Cité page 145)
 - [59] S. Hanagud and S. Griffin. Active structural control for a smart guitar. In *Fourth European Conference On Smart Structures and Materials*, pages 169–175, Harrogate, UK, July 1998. (Cité page 18)
 - [60] G. S. Heet. String instrument vibration initiator and sustainer, February 1978. (Cité page 18)
 - [61] H. Von Helmholtz. *On the sensations of tone as a physiological basis for the theory of music (1885)*. Longmans, Green and Co. (Second English edition), 2010. (Cité page 12)
 - [62] S. Hurlebaus and L. Gaul. Smart structure dynamics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20 :255–281, 2006. (Cité page 13)
 - [63] O. Inácio, J. Antunes, and M.C.M. Wright. Computational modelling of string-body interaction for the violin family and simulation of wolf notes. *Journal of Sound and Vibration*, 310 :260–286, 2008. (Cité page 96)
 - [64] H. Irschik. A review on static and dynamic shape control of structures by piezoelectric actuation. *Engineering Structures*, 24 :5–11, July 2002. (Cité page 51)
 - [65] E. V. Jansson. Admittance measurements of 25 high quality violins. *Acta Acustica united with Acustica*, 83 :337–341, 1997. (Cité pages 12 et 121)
 - [66] E. V. Jansson and J. Meyer. *Function, Construction and Quality of the Guitar*. Number 38. Royal Swedish Academy of Music, Stockholm, 1983. (106 p.). (Cité page 60)
 - [67] T. Kailath. *Linear Systems*. Prentice Hall, 1980. (682 p.). (Cité page 14)
 - [68] J. Kautsky, N. K. Nichols, and P. Van Dooren. Robust pole assignment in linear state feedback. *International Journal of Control*, 41(5) :1120–1155, 1985. (Cité page 33)
 - [69] L. G. Kelly. *Handbook of Numerical Methods and Applications, Chapter 5 Curve Fitting and Data Smoothing*. Addison - Wesley Pub. Co. Inc., 1967. (354 p.). (Cité page 29)
 - [70] H. K. Khalil. *Nonlinear systems*. 3rd edition Prentice Hall, 2002. (750 p.). (Cité page 142)
 - [71] E. Leipp. *Acoustique et Musique*. Masson, 1971. (380 p.). (Cité page 11)
 - [72] V. Lhuillier. *Contrôle Actif de la Transparence Acoustique d’une Double Paroi*. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Décembre 2009. (184 p.). (Cité pages 14, 41 et 44)

-
- [73] V. Lhuillier, L. Gaudiller, C. Pezerat, and S. Chesné. Improvement in transmission loss using active control with virtual modal mass. *Advances in Acoustics and Vibration*, 2008(Art. ID 603084), 2008. (9 p.). (Cité page 44)
- [74] P. Lueg. Process of silencing sound oscillations, June 1934. (Cité pages 14 et 16)
- [75] D. G. Luenberger. Observing the state of a linear system. *Military Electronics, IEEE Transactions on*, 8(2) :74–80, 1964. (Cité page 34)
- [76] M. Lupone and L. Seno. Gran cassa and the adaptive instrument feed-drum. In GRAME, editor, *Le Feedback dans la Création Musicale, Rencontres Musicales Pluridisciplinaires 2006*, pages 27–36, Lyon, France, Mars 2006. (Cité page 18)
- [77] A. Mamou-Mani. La guitare hybride : vers un instrument électro-acoustique sans haut-parleur. Journée Facture Instrumentale et Sciences (JFIS), ITEM, 2013. (Cité page 13)
- [78] A. Mamou-Mani, T. Meurisse, B. Sluchin, and R. Caussé. La sourdine active : Effets sur les premières résonances du trombone. In *12ème Congrès Français d’Acoustique, CFA 2014*, pages 1581–1584, Poitiers, France, Avril 2014. (Cité page 20)
- [79] L. Meirovitch, H. Baruh, and H. Öz. A comparison of control techniques for large flexible systems. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 6(4) :302–310, 1983. (Cité pages 24 et 42)
- [80] T. Meurisse, A. Mamou-Mani, S. Benacchio, V. Finel, B. Chomette, R. Caussé, and D. Sharp. Experimental validation of adjusting the resonances of a simplified bass clarinet through modal active control. In *International Symposium on Musical Acoustics, ISMA 2014*, pages 365–370, Le Mans, France, Juillet 2014. (Cité pages 21 et 140)
- [81] J. Meyer. Quality aspects of the guitar tone. (ed. E. Jansson) *Function, Construction, and Quality of the Guitar*, Royal Swedish Academy of Music, pages 51–75, 1983. (Cité pages 12 et 147)
- [82] P. A. Nelson and S. J. Elliott. *Active Control of Sound*. Harcourt Brace & Company, 1995. (452 p.). (Cité page 14)
- [83] G. T. Osborne and A. A. Hoover. Sustainer for a musical instrument, August 1999. (Cité page 18)
- [84] D. Overholt. The overtone fiddle : an actuated acoustic instrument. In NIME’11 New Interfaces for Musical Expression, editor, *Proc. of NIME’11*, pages 4–7, Oslo, Norway, May 2011. (Cité page 18)
- [85] B. Petitjean and I. Legrain. Active control experiments for acoustic radiation reduction of a sandwich panel : feedback and feedforward investigations. *Journal of Sound and Vibration*, 252(1) :19–36, 2002. (Cité page 145)
- [86] P. B. Pickett. *An Investigation of Active Tonal Spectrum Control as Applied to the Modern Trumpet*. Ph.d. thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, USA, June 1998. (151 p.). (Cité page 20)

-
- [87] V. Piefort. *Finite Element Modelling of Piezoelectric Active Structures*. Phd thesis, Université Libre de Bruxelles, 2001. (154 p.). (Cité page 144)
 - [88] G. Pinte, P. Deckers, J. De Caigny, D. Moens, J. Swevers, and P. Sas. Design of an active controller for the enhancement of the sound quality of a classical violin. In *Proc. Forum Acusticum*, pages 853–859, Budapest, 2005. (Cité page 19)
 - [89] J. Piranda. Analyse modale expérimentale. *Techniques de l'Ingénieur Mesures acoustiques et vibratoires*, base documentaire : TIB420DUO(ref. article : r6180), 2001. (Cité page 31)
 - [90] A. Preumont. *Vibration Control of Active Structures, An Introduction*. Springer, 2011. (436 p.). (Cité pages 14, 15, 16, 17, 35, 39, 41, 56 et 57)
 - [91] C. V. Raman. On the mechanical theory of the vibrations of bowed strings. *Indian Assoc. Cultivation Sci. Bull.*, 15 :1–158, 1918. (Cité page 95)
 - [92] B. E. Richardson. Simple models as basis for guitar design. *Catgut Acoustical Society*, 4(5) :30–36, May 2002. (Cité page 52)
 - [93] B. E. Richardson and G. W. Roberts. The adjustment of mode frequencies in guitars : A study by means of holographic interferometry and finite element analysis. In *Proceedings of SMAC*, pages 285–302, 1983. (Cité page 12)
 - [94] M. H. Richardson and D. L. Formenti. Parameter estimation from frequency response measurements using rational fraction polynomials. In *1st IMAC Conference*, Orlando, Florida, US, November 1982. (15 p.). (Cité pages 28 et 29)
 - [95] M. H. Richardson and D. L. Formenti. Global curve fitting of frequency response measurements using the rational fraction polynomial method. In *3rd IMAC Conference*, Orlando, Florida, US, January 1985. (8 p.). (Cité page 28)
 - [96] D. Rollow, D.C. Swanson, and C. B. Burroughs. Active control of timbre radiated by a fluid loaded percussion instrument. In *Proc. of the Institute of acoustics*, volume 19, pages 181–185, 1997. (Cité page 19)
 - [97] J. D. Rollow. *Active Control of Spectral Detail Radiated by an Air-Loaded Impacted Membrane*. Ph.d. thesis, Pennsylvania State University, December 2003. (174 p.). (Cité page 19)
 - [98] T. D. Rossing. *The Science of String Instruments*. Springer, 2010. (466 p.). (Cité page 60)
 - [99] P. Sadilek and R. Zemčík. Frequency response analysis of hybrid piezoelectric cantilever beam. *Engineering MECHANICS*, 17(2) :73–82, December 2010. (Cité page 143)
 - [100] J. C. Schelleng. The violin as a circuit. *J. Acoust. Soc. Am.*, 35(3) :326–338, 1962. (Cité page 95)
 - [101] K. Tumura. Electric stringed instrument having a device for sustaining the vibration of the string, March 1994. (Cité page 18)
 - [102] M. van Walstijn and P. Rebelo. The prosthetic conga : Towards an actively controlled hybrid musical instrument. In *Proc. of the International Computer*

- Music Conference*, pages 786–789, Barcelona, Spain, September 2005. (*Cité page 19*)
- [103] G. Weinreich and R. Caussé. Digital and analog bows : Hybrid mechanical-electrical systems. In IEEE International Conference on ICASSP-86, editor, *Acoustics, Speech, and Signal Processing*, volume 11, pages 1297–1299, Tokyo, Japan, April 1986. (*Cité page 12*)
- [104] G. Weinreich and R. Caussé. Elementary stability considerations for bowed-string motion. *J. Acoust. Soc. Am.*, 89(2) :887–895, February 1991. (*Cité page 12*)
- [105] J. Woodhouse. On the synthesis of guitar plucks. *Acta Acustica united with Acustica*, 90(5) :928–944, 2004. (*Cité pages 12, 104, 121, 122, 131 et 180*)
- [106] J. Woodhouse. Plucked guitar transients : Comparison of measurements and synthesis. *Acta Acustica united with Acustica*, 90(5) :945–965, 2004. (*Cité pages 12, 121, 180 et 182*)
- [107] J. Woodhouse, E. K. Y. Manuel, L. A. Smith, A. J. C. Wheble, and C. Fritz. Perceptual thresholds for acoustical guitar models. *Acta Acustica united with Acustica*, 98 :475–486, 2012. (*Cité page 122*)
- [108] H. Wright. *The Acoustics and Psychoacoustics of the Guitar*. Ph.d. thesis, University of Wales, College of Cardiff, 1996. (260 p.). (*Cité pages 12, 60, 122 et 147*)
- [109] K. Yaghmour. Adaptative domain environment for operating systems. [http ://www.opersys.com/ftp/pub/Adeos/adeos.pdf](http://www.opersys.com/ftp/pub/Adeos/adeos.pdf), 2001. (Dernier accès le 25 septembre 2014). (*Cité page 169*)